

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

Faculté de génie

Département de génie mécanique

Modélisation de l'équilibre axial du rotor d'une Microturbopompe de cycle Rankine

Mémoire de maîtrise

Spécialité : génie mécanique

Sarra BELGHITHI

Sherbrooke (Québec) Canada

Janvier 2021

Membres du jury :

Luc FRÉCHETTE (directeur)

Amrid AMNACHE (évaluateur)

Mathieu PICARD (évaluateur)

Résumé

Ce mémoire présente le travail réalisé dans le cadre du développement d'une microturbine à vapeur opérant à haute température et qui met en œuvre le cycle thermodynamique de Rankine.

La microturbine fait partie de la famille des *Power-MEMS* dont l'objectif est de générer l'électricité à petite échelle à partir d'une source de chaleur. Elle prend une forme planaire due aux techniques de fabrication à savoir les méthodes de microfabrication des *MEMS*. Il s'agit d'un empilement de cinq tranches fabriquées en silicium et verre.

La microturbopompe étudiée dans ce travail consiste d'une puce qui renferme un rotor supportant une microturbine et une micropompe. Le rotor est un disque de 400 μm d'épaisseur et de 4 mm de diamètre, supporté par deux paliers axiaux hydrostatiques à gaz. La microturbopompe contient une pompe visqueuse à rainure en spirale, une turbine constituée d'un étage de pales (rotor/stator), un palier radial et trois joints d'étanchéité.

Ce projet vise à développer une méthode de détermination du jeu entre le rotor et la structure statique inférieure lors de l'opération de la microturbopompe de 2^{ème} génération. Pour ce faire, des modèles analytiques et numériques de l'équilibre axial du rotor ont été développés. Ils sont basés sur une étude détaillée des paliers axiaux hydrostatiques et l'évaluation des forces exercées par les autres composantes (turbine, pompe, joints d'étanchéité, palier radial) sur le rotor. Ces modèles sont par la suite validés en les comparant aux résultats expérimentaux.

Mots-clés : microturbine, cycle Rankine, *Power-MEMS*, microfluidique, paliers hydrostatiques, micropompe, turbine, joints d'étanchéité.

Remerciements

C'est avec un grand plaisir que je réserve cette page en signe de gratitude et de profonde reconnaissance à tous ceux qui m'ont apporté le soutien durant la réalisation de ce projet. Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de recherche le professeur Luc Fréchette, qui m'a accepté pour effectuer mon projet de maîtrise au sein de son équipe et qui m'a offert l'occasion de travailler sur l'un de ses gros projets de recherche.

J'adresse mes remerciements au docteur Amrid Amnache pour son aide et ses conseils tout au long du projet. Je le remercie aussi d'avoir accepté d'examiner ce travail, pour ses remarques et sa persévérance dans la lecture de ce mémoire.

J'exprime mes remerciements au professeur Mathieu Picard, qui a accepté d'évaluer ce projet.

Je tiens à remercier tous mes collègues et mes amis qui m'encouragent toujours.

Finalement, je remercie mes parents, rien au monde ne vaut les efforts fournis jour et nuit pour mon éducation et mon bien être.

À mes frères: je vous remercie et je vous souhaite une vie pleine de bonheur et de succès.

Table des matières

CHAPITRE 1	Introduction	1
1.1	Contexte du projet	1
1.2	Cadre de référence.....	1
1.3	Problématique.....	2
1.4	Objectifs du projet de recherche.....	3
1.5	Plan du mémoire.....	3
CHAPITRE 2	État de l’art	5
2.1	Les <i>MEMS</i> et les <i>Power-MEMS</i>	5
2.2	Microturbine à vapeur de cycle Rankine.....	6
2.3	Travaux antérieurs.....	9
2.4	Microturbine de 2 ^{ème} génération.....	14
2.4.1	Configuration et principe de fonctionnement	14
2.4.2	Caractérisation expérimentale préliminaire	17
2.5	Équilibre axial du rotor	17
2.5.1	Géométrie et principe de fonctionnement des paliers axiaux	20
CHAPITRE 3	Modélisation et résultats analytiques.....	24
3.1	Modélisation des composantes de la microturbopompe	24
3.1.1	La turbine	24
3.1.2	La pompe	27
3.1.3	Les paliers axiaux	31
3.1.4	Comportement des paliers axiaux.....	41
3.1.5	Influence des paramètres géométriques sur le comportement des paliers axiaux	43

3.1.6	Influence de la température du fluide de travail sur le comportement des paliers axiaux	47
3.1.7	Influence du fluide de travail sur le comportement des paliers axiaux.....	48
3.1.8	Le palier radial	49
3.1.9	Les joints d'étanchéités	50
3.2	Équilibre axial du rotor	54
3.2.1	Détermination de la position axiale du rotor.....	55
3.2.2	Équilibre des forces agissant sur le rotor	58
CHAPITRE 4	Validation des modèles analytiques	61
4.1	Banc de test	61
4.2	Validation expérimentale des modèles des paliers axiaux	62
4.2.1	1 ^{ère} série de mesures	62
4.2.2	2 ^{ème} série de mesures	64
CHAPITRE 5	Conclusion générale	72
5.1	Sommaire des travaux réalisés	72
5.2	Contributions.....	73
5.3	Perspectives.....	73
Références	74
Annexe A	80
Annexe B	86
Annexe C	90
Annexe D	99
Annexe E	100

Liste des figures

Figure 1-1: Schématisation du rotor supporté par les paliers axiaux :1. palier axial supérieur, 2. palier axial inférieur	2
Figure 2-1 : Revenus industriels des MEMS au cours du temps	5
Figure 2-2: La première microturbine à gaz MEMS (a) : microturbine de 80 W (b) : vue en coupe de la microturbine à gaz	6
Figure 2-3: Cycle thermodynamique de Rankine (a): éléments du cycle (b): digramme T-s	7
Figure 2-4: Schéma simplifié de la microturbopompe	9
Figure 2-5: Représentation des cinq couches qui forment la première génération de la microturbine Rankine	10
Figure 2-6: Impact de la résistance thermique sur la température de la pompe et l'efficacité de la microturbine	12
Figure 2-7: Concept de microturbopompe avec isolation thermique proposé par Liamini	13
Figure 2-8: Schéma simplifié du concept proposé par Amnache	13
Figure 2-9: Schéma des écoulements dans la microturbopompe de 2ème génération :1. pales du rotor, 2. pales du stator, 3. joint annulaire supérieur, 4. palier axial supérieur, 5. Pompe, 6. Palier radial, 7. Palier axial inférieur, 8. Joint Herringbone, 9. joint annulaire inférieur	14
Figure 2-10: Vue éclatée de la microturbopompe de 2ème génération (a) : trois sous-systèmes avec rotor (b) : Vue de dessus (c) : Vue de dessous	16
Figure 2-11: Schématisation des forces appliquées sur le rotor	18
Figure 2-12: Vue en coupe de microdispositifs contenant des paliers hydrostatiques à gaz (a) microturbogénératrice ;(b) microturbopompe ; (c) microturbocompresseur	20
Figure 2-13: Trajectoire des écoulements dans les paliers axiaux (pas à l'échelle).....	21
Figure 2-14 : Présentation de la géométrie du palier axial inférieur	22
Figure 2-15 : Présentation de la géométrie du palier axial supérieur	23
Figure 3-1: Schématisation des pales du rotor et du stator de la turbine	25
Figure 3-2 : Variation de la vitesse en fonction de la pression	25

Figure 3-3 : Variation de la force en fonction de la vitesse de rotation du rotor	26
Figure 3-4 : Schématisation de la pompe visqueuse	27
Figure 3-5 : Variation de la différence de pression (a) et de la force (b) de la pompe en fonction du débit d'eau	29
Figure 3-6 : Force maximale exercée par la pompe (pompage avec de l'eau)	30
Figure 3-7 : Effet de la position axiale sur les performances de la pompe	30
Figure 3-8 : Force exercée par la pompe (pompage avec de l'air)	31
Figure 3-9 : Les étapes de résolution de l'équation de Laplace en $P2$	34
Figure 3-10 : La géométrie du domaine de calcul dans COMSOL pour le palier axial inférieur	35
Figure 3-11 : Vecteurs vitesse de l'écoulement provenant : (a) d'une fente circonférentielle ; (b) d'un orifice pour le palier axial inférieur	36
Figure 3-12: profil de pression pour l'écoulement à la sortie du palier axial inférieur : (a) : un écoulement provenant d'une fente circonférentielle ; (b) : un écoulement provenant d'un orifice	37
Figure 3-13 : Géométrie du domaine de calcul dans COMSOL pour le palier axial supérieur	37
Figure 3-14 : Vecteurs vitesse de l'écoulement provenant : (a) d'une fente circonférentielle ; (b) d'un orifice pour le palier axial supérieur	38
Figure 3-15 : profil de pression pour l'écoulement à la sortie du palier axial supérieur : (a) : un écoulement radial provenant d'une fente circonférentielle ; (b) : un écoulement provenant d'un orifice	38
Figure 3-16 : Variation de η en fonction de ψ pour le palier axial inférieur	40
Figure 3-17 : Comportement du palier axial inférieur : (a) : débit ;(b) : force	42
Figure 3-18 : Comportement du palier axial supérieur : (a) : débit ;(b) : force	42
Figure 3-19 : Effet de la variation du diamètre des orifices sur : (a) : le débit dans le palier axial inférieur ; (b) : le débit dans le palier axial supérieur ; (c) : la force du palier axial inférieur ; (d) : la force du palier axial supérieur	44
Figure 3-20 : Effet de la variation du nombre des orifices sur : (a) : le débit dans le palier axial inférieur ; (b) : le débit dans le palier axial supérieur ; (c) : la force du palier axial inférieur ; (d) : la force du palier axial supérieur	45

Figure 3-21 : Effet de la variation de la longueur des orifices sur : (a) : le débit dans le palier axial inférieur ; (b) : le débit dans le palier axial supérieur ; (c) : la force du palier axial inférieur ; (d) : la force du palier axial supérieur	46
Figure 3-22 : Effet de la variation de la température : (a) : palier axial inférieur ; (b) : palier axial supérieur	47
Figure 3-23 : Effet du changement du fluide de travail : (a) : palier axial inférieur ; (b) : palier axial supérieur	48
Figure 3-24 : Schématisation de la géométrie du palier radial	49
Figure 3-25 : Schématisation du joint annulaire	50
Figure 3-26 : Variation du débit en fonction de la différence de pression dans les joints annulaires inférieur et supérieur.....	52
Figure 3-27 : Variation de la force en fonction de la différence de pression dans les joints annulaires inférieur et supérieur.....	52
Figure 3-28 : Image au microscope du joint d'étanchéité Herringbone	53
Figure 3-29 : Variation de la différence de pression en fonction du débit pour le joint Herringbone	54
Figure 3-30 : Variation du débit dans le palier inférieur en fonction de la variation de la pression d'entrée du palier supérieur.....	56
Figure 3-31: Variation du jeu entre le palier inférieur et le rotor en fonction de la variation de la pression d'entrée du palier supérieur	56
Figure 3-32:Débit dans le palier inférieur en fonction de la pression dans le palier supérieur pour températures différentes	57
Figure 3-33 : Variation du débit dans le palier inférieur en fonction de la variation de la pression d'entrée du palier supérieur en utilisant la vapeur d'eau comme fluide de travail	58
Figure 3-34 : Équilibre des forces sur le rotor : pompe avec de l'eau (sorties à l'atmosphère) : (a) le débit est maximal ($dP=0$ Pa) ; (b) le débit est minimal ($m = 0$ mg/s)	59
Figure 4-1 : Banc de test de la microturbopompe de 2 ^{ème} génération	62
Figure 4-2 : Variation du débit massique dans le palier inférieur en fonction de la pression du palier supérieur pour deux pressions fixes dans le palier inférieur (échantillon 1)	63

Figure 4-3 : Forme réelle des orifices des paliers axiaux	64
Figure 4-4 : Variation du débit massique dans le palier inférieur en fonction de la pression du palier supérieur pour deux pressions fixes dans le palier inférieur (échantillon 2) : (a) pression de 4 bars dans le palier inférieur ; (b) pression de 6 bars dans le palier inférieur	65
Figure 4-5 : Effet du changement du nombre des orifices.....	67
Figure 4-6 : Effet du changement de la longueur des orifices	68
Figure 4-7 : Effet du changement des diamètres des orifices	69
Figure 4-8 : Influence de l'inclinaison du rotor : (a) schématisation du rotor et le palier axial inférieur lors d'une inclinaison du rotor (b) effet de l'inclinaison du rotor sur le jeu (c) effet de l'inclinaison du rotor sur le débit (d) effet de l'inclinaison du rotor sur la force	70
Figure 4-9 : Influence de la variation de l'angle d'inclinaison sur le comportement du palier axial.....	71
Figure 4-10 : Comportement du palier axial pour un jeu fixe et un rotor incliné de 0.02°	71

Liste des tableaux

Tableau 2-1: Comparaison élémentaire entre la turbine et la microturbine à vapeur	8
Tableau 3-1: Pertes de charge dans chaque segment des paliers axiaux	43

Liste des symboles

F	Force
P	Pression statique
P_T	Pression totale
ΔP	Différence de pression entre l'entrée et la sortie de la composante
μ	Viscosité dynamique
f	Facteur de friction
M	Nombre de Mach
γ	Rapport de la capacité thermique
ρ	Densité du fluide
A	Section du passage du fluide
h	Distance entre le rotor et le palier axial
V	Vitesse du fluide
\dot{m}	Débit massique
\dot{Q}	Débit volumique
T	Température
R	Constante des gaz
r	Rayon
D	Diamètre
Ω	Vitesse de rotation
θ	Angle
Re	Nombre de Reynolds
D_{hyd}	Diamètre hydraulique
K_{exp}	Facteur d'expansion
$f_{correction}$	Facteur de correction

Liste des indices

1	Intérieur s'il s'agit du rayon
2	Extérieur s'il s'agit du rayon
entrée	Entrée de la composante
sortie	Sortie de la composante
Top	Supérieur
Bot	Inférieur
1	Entrée du palier axial
2	Entrée de l'orifice du palier axial
3	Sortie de l'orifice du palier axial
4	Sortie de l'orifice du palier axial vers le <i>gap</i>
5	Sortie de l'écoulement radial du palier axial vers la sortie interne du palier
6	Sortie interne du palier axial
7	Sortie de l'écoulement radial du palier axial vers la sortie externe du palier
8	Sortie externe du palier axial
exp	Expansion
axial	Provient des composantes axiales
tot	Totale
T	Condition totale de température ou de pression
int	Intérieur
ext	Extérieur
in	Entrée
inf	Inférieur
sup	Supérieur

Liste des acronymes

<i>MEMS</i>	<i>Micro Electro Mechanical Systems</i>
<i>CAGR</i>	<i>Compound Annual Growth Rate</i>
<i>TB</i>	<i>Thrust Bearing</i>
<i>JB</i>	<i>Journal Bearing</i>
<i>3IT</i>	Institut Interdisciplinaire d’Innovation Technologique
<i>MIT</i>	<i>Massachusetts Institute of Technology</i>
<i>SOI</i>	<i>Silicon On Insulator</i>
<i>DRIE</i>	<i>Deep Reactive Ion Etching</i>
<i>PDE</i>	<i>Partial differential equation</i>

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

1.1 Contexte du projet

Depuis des années, la génération d'électricité à petite échelle est un sujet en plein développement. Plusieurs équipes de recherche travaillent sur la création des microsystèmes de génération de puissance, connus sous le nom *Power-MEMS* [1]. Ces microsystèmes permettent la conversion d'énergie à petite échelle. La source d'énergie peut être thermique, qui est le cas des micromoteurs thermiques. Parmi les micromoteurs thermiques les plus connus, il existe: les micromoteurs rotatifs de cycle Otto [2], les micromoteurs à membranes de cycle Stirling [3], les microturbines à gaz de cycle Brayton [4] et les microturbines à vapeur de cycle Rankine [5].

Dans ce projet, on s'intéresse à la caractérisation d'une microturbine à vapeur fonctionnant selon le cycle thermodynamique de Rankine. C'est une miniaturisation de la turbine à vapeur traditionnelle, mais implémentée avec les techniques de microfabrication.

Cette microturbine est constituée de cinq composantes principales qui sont : la turbine, la micropompe, les paliers axiaux, le palier radial et les joints d'étanchéité. Lors de son fonctionnement, la partie mobile qui est le rotor peut entrer en contact avec les parties fixes de la microturbine. Donc, il est nécessaire de bien étudier l'équilibre et la stabilité du rotor.

1.2 Cadre de référence

Ce projet de maîtrise s'inscrit dans le cadre du développement d'une microturbine à vapeur utilisant le cycle thermodynamique de Rankine. Le but principal de cette technologie est la récupération de la chaleur perdue pour la convertir en électricité. L'idée est proposée au début par le professeur Luc Fréchette à *Columbia University* [6]. Une première génération de microturbopompe de démonstration a été conçue, fabriquée en silicium et testée à l'air comprimé à température ambiante par Changgu Lee en 2006 [7] sous sa direction.

Étant donné que l'objectif de cette première génération était la démonstration du fonctionnement à température ambiante, elle ne contenait aucune isolation thermique. Par contre, en réalité la microturbine doit fonctionner avec de la vapeur surchauffée dans la

turbine et de l'eau à température ambiante dans la pompe. Donc, une isolation thermique au niveau de la pompe est importante pour éviter l'évaporation de l'eau dans la pompe ou la condensation de la vapeur dans la turbine et les paliers d'équilibre. Une deuxième génération de microturbopompe fonctionnant à haute température a été conçue par Mokhtar Liamini [8] et réalisée par Amrid Amnache [9].

Ce projet de maîtrise s'est déroulé au sein de l'Institut Interdisciplinaire d'Innovation Technologique (3IT), sous la direction du Professeur Luc Fréchette. Il consiste à modéliser analytiquement et numériquement les paliers axiaux hydrostatiques de la microturbopompe de deuxième génération pour l'étude de l'équilibre axial du rotor.

1.3 Problématique

L'équilibre axial, dans la microturbopompe de 2^{ème} génération, est assuré par deux paliers hydrostatiques, un au-dessous du rotor (palier axial inférieur) et l'autre au-dessus du rotor (palier axial supérieur) comme l'illustre la Figure 1-1. Le rôle de ces paliers est d'équilibrer les forces appliquées sur le rotor par les composants du dessus et du dessous (la turbine, la micropompe, les joints d'étanchéité). Le problème qu'on peut rencontrer lors de l'opération de la microturbopompe est le déséquilibre du rotor à cause d'une force insuffisante provenant des paliers.

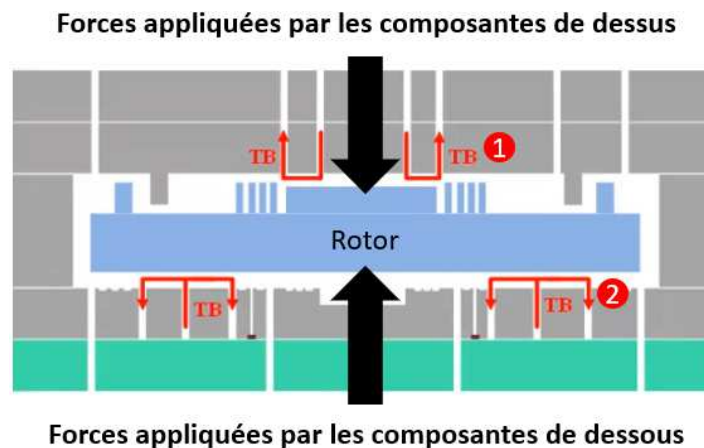


Figure 1-1: Schématisation du rotor supporté par les paliers axiaux :1. palier axial supérieur, 2. palier axial inférieur [10]

Lors de l'opération de la microturbopompe, la détermination de la position axiale du rotor est primordiale pour deux raisons. La première est pour éviter le contact du rotor avec les parties statiques. La deuxième est pour faire opérer le rotor à des positions optimales afin de minimiser les pertes par frottement. De plus, déterminer la position axiale du rotor permet de connaître l'espacement entre la pompe et le rotor qui est un paramètre important du fonctionnement de la pompe. Malheureusement, il est très difficile, voire impossible, de mesurer expérimentalement des déplacements du rotor de l'ordre de 0.1- 4 μm . Il est alors obligatoire, afin de bien opérer la microturbopompe, de trouver des outils analytiques pour déterminer la position axiale du rotor en opération. La question de recherche qui se pose dans ce travail est la suivante :

Quels outils analytiques peut-on utiliser pour prédire la position axiale du rotor lors du fonctionnement de la microturbopompe?

1.4 Objectifs du projet de recherche

Le principal objectif du présent projet de maîtrise est de trouver des outils analytiques qui aideront à tester et à caractériser la microturbopompe de 2^{ème} génération à haute vitesse avec un rotor stable. Pour ce faire, plusieurs sous-objectifs sont à atteindre :

- Développer une méthode permettant de déterminer la position axiale du rotor en fonctionnement.
- Étudier les forces exercées par chacune des composantes de la microturbopompe pour savoir leur impact sur l'équilibre axial du rotor.
- Développer des modèles analytiques de l'équilibre axial du rotor. Ces modèles vont servir comme un outil pour contrôler les pressions et les débits dans les paliers axiaux afin de faire tourner le rotor à des hautes vitesses.

1.5 Plan du mémoire

Ce mémoire comporte cinq chapitres. Le premier est un chapitre introductif qui vise à définir le projet de recherche.

Le second chapitre présente une revue de littérature sur les *MEMS* et les *Power-MEMS*. Il présente aussi un petit résumé des travaux antérieurs de la conception et de la fabrication de la deuxième génération de la microturbopompe à cycle Rankine. Enfin, il montre l'architecture détaillée de la microturbopompe de 2^{ème} génération et l'explication de son mode de fonctionnement.

Le troisième chapitre expose les modèles analytiques de chacune des composantes. Les résultats analytiques et la validation des résultats sont montrés dans le quatrième chapitre, suivi d'un chapitre de conclusion.

CHAPITRE 2 ÉTAT DE L'ART

2.1 Les *MEMS* et les *Power-MEMS*

Les *MEMS* créés dans les années 60 [11], acronyme de *Micro Electro Mechanical Systems*, sont des microsystèmes électromécaniques qui ont occupé une place importante que ce soit dans la médecine, l'industrie ou dans notre vie quotidienne. À titre d'exemples on peut citer : les *Bio-MEMS* (biocapteurs : microsystèmes d'analyse sanguine, mesure de PH...), les *RF-MEMS* (téléphones portables, GPS...), les *Optical-MEMS* (interrupteurs optiques...) et les systèmes micro-fluidiques (valves micro-fluidiques, micro-pompes...) [11].

Depuis leurs créations, les *MEMS* continuent à se développer. Une croissance de 13% du *CAGR* (taux de croissance annuel moyen) a été enregistrée pour le marché des *MEMS* entre les années 2013 et 2018, avec des revenus industriels de 22 milliards de dollar américain en 2018 (Figure 2-1) [12].

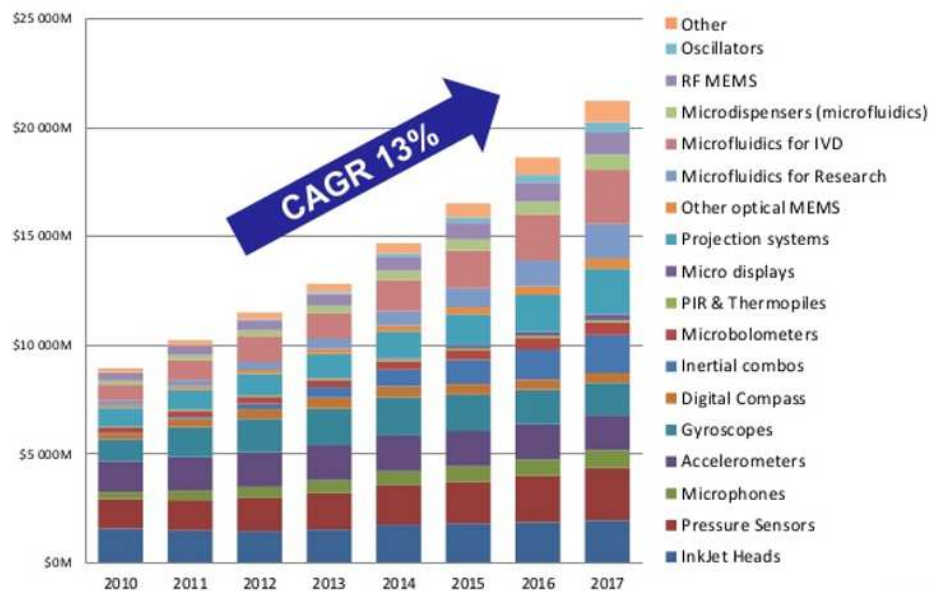


Figure 2-1 : Revenus industriels des *MEMS* au cours du temps [12]

En 1996, les professeurs Epstein et Senturia ont proposés une nouvelle classe des *MEMS*, celle des *Power-MEMS*, pour décrire les microsystèmes qui produisent de l'énergie [13].

Il existe des *Power-MEMS* qui sont caractérisés par une densité de puissance équivalente à celle des machines de grande taille. Avec une taille inférieure à 1 cm^3 , ils permettent de produire des puissances de 10 à 100 Watts [14].

Le premier projet des *Power-MEMS* a été lancé en 1997 au MIT (*Massachusetts Institute of Technology*). Il consiste à développer une microturbine à gaz de cycle Brayton pour la génération de la puissance électrique [4]. La Figure 2-2 représente une vue en coupe de la première microturbine à gaz *MEMS*.

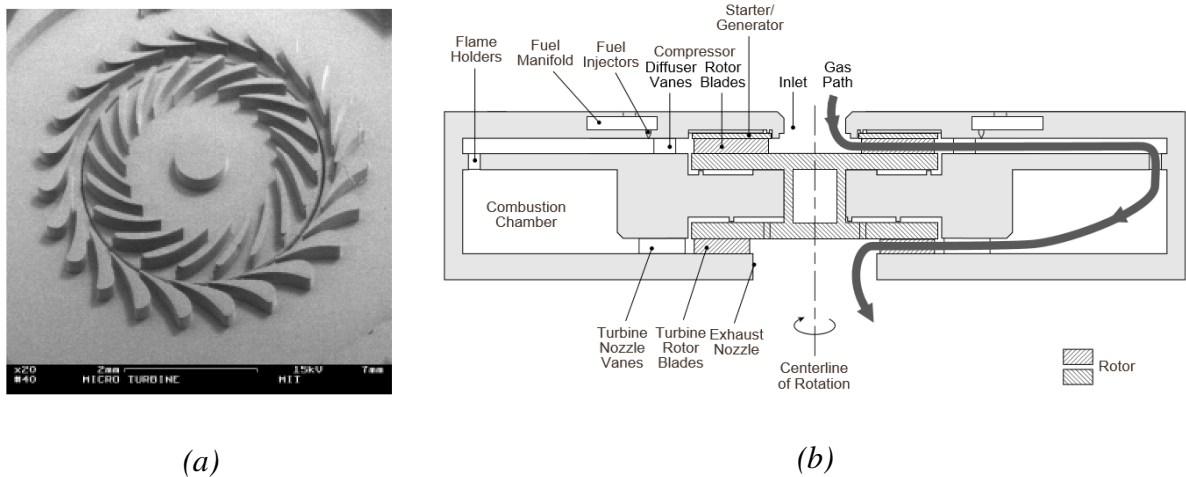


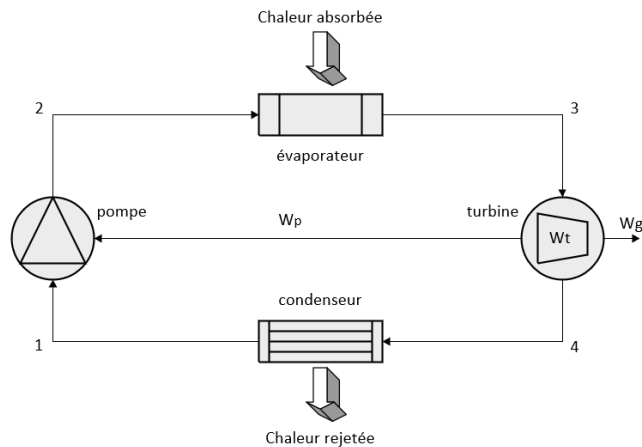
Figure 2-2: La première microturbine à gaz *MEMS* (a) : microturbine de 80 W (b) : vue en coupe de la microturbine à gaz [14]

Depuis ce temps, plusieurs équipes de recherche ont repris ces travaux et le concept de microturbine s'est propagé à travers le monde [15]. L'objectif majeur de ces travaux est de fabriquer une microturbine fonctionnant avec des vitesses très élevées pour augmenter la puissance mécanique à la sortie [16].

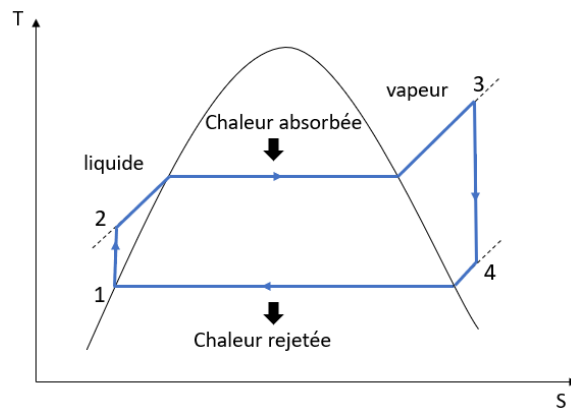
2.2 Microturbine à vapeur de cycle Rankine

En 2003 à *Columbia University*, le professeur Luc Fréchette a proposé le concept d'une microturbine à vapeur, qui fonctionne selon le cycle thermodynamique de Rankine [17]. L'avantage de ce concept est que la microturbine à cycle Rankine peut fonctionner avec plusieurs types de sources de chaleur avec la possibilité de produire des densités de puissance relativement élevées [18].

La microturbine de cycle Rankine est tout simplement une miniaturisation de la turbine à vapeur traditionnelle. Le principe de fonctionnement reste le même. En effet, cette microturbine utilise le cycle thermodynamique de Rankine. La Figure 2-3 montre les éléments du cycle Rankine et schématise son principe de fonctionnement. Il consiste à pomper un fluide en phase liquide (1→2) puis à le faire évaporer et le surchauffer (2→3). Ensuite, le fluide sous sa phase vapeur se détend dans la turbine permettant ainsi la rotation du rotor (3→4). Finalement, le fluide est condensé dans un condenseur pour revenir au point 1 ce qui ferme le cycle thermodynamique [19].



(a)



(b)

Figure 2-3: Cycle thermodynamique de Rankine (a) : éléments du cycle (b) : diagramme

$T-s$

Le Tableau 2-1 présente une comparaison élémentaire entre la turbine et la microturbine à vapeur.

Tableau 2-1: Comparaison élémentaire entre la turbine et la microturbine à vapeur [20] [21]

Propriétés	Turbine à vapeur	Microturbine à vapeur
Cycle thermodynamique	Cycle de Rankine	Cycle de Rankine
Fluide de travail	Eau (vapeur/liquide)	Eau (vapeur/liquide)
Débit du fluide	kg/s	mg/s
Pression maximale	~260 bars	~30 bars
Température maximale	~600°C	~200-400°C
Puissance électrique	MW	12W par puce de ~1cm²
Efficacité de conversion d'énergie	30-40 %	1-11 %
Ordre de grandeur de l'installation	Mètres	Millimètres
Type de la turbine	Axiale/radiale	Radiale
Type de la pompe	Pompe centrifuge	Pompe visqueuse
Échangeurs de chaleur	Condenseur/Évaporateur	Condenseur/Évaporateur
Nombre d'étage de la turbine (détente)	Multi-étage (HP-BP)	Multi-rotors, Multiétages
Matériaux	Aciers fortement alliés	Silicium/Quartz/Borosilicate Ytria-stabilized zirconia
Disposition	3D	Planaire-2D

La microturbine à vapeur offre des avantages par rapport à la microturbine à gaz développée au MIT [22]. Dans la microturbine à vapeur, la compression au niveau de la pompe est effectuée en phase liquide en consommant beaucoup moins d'énergie puisque la compression de gaz est très inefficace à petite échelle [18]. Aussi, elle peut fonctionner avec la chaleur récupérée des machines thermiques (par exemple un moteur d'une voiture) ou n'importe quelle source de chaleur provenant de l'environnement (énergie solaire par exemple). Au contraire, la microturbine à gaz nécessite la combustion d'un gaz pour fonctionner.

2.3 Travaux antérieurs

Une première génération de microturbopompe de démonstration a été conçue, fabriquée et testée à *Columbia University* [7]. Vue la complexité de la conception de la microturbine à vapeur, le système fabriqué exclut le condenseur, l'évaporateur et la génératrice, d'où la dénomination de microturbopompe.

La Figure 2-4 présente un schéma simplifié de cette microturbopompe. Elle incorpore les composantes suivantes :

- Une turbine où s'effectue la détente du fluide. Cette dernière est constituée de quatre étages de pales du rotor et du stator (longueur de corde des pales $\approx 100 \mu\text{m}$ et hauteur $\approx 50\text{-}70 \mu\text{m}$).
- Une pompe visqueuse à rainure en spirale composée de 16 rainures de $4 \mu\text{m}$ de profondeur. Elle est située sous le rotor à une distance nominale (*jeu nominal*) de $1 \mu\text{m}$.
- Un palier axial hydrostatique constitué d'une série d'orifices distribués à l'intérieur d'un anneau. Son rôle est d'assurer la stabilité axiale du rotor.
- Un palier radial hydrostatique positionné en périphérie du rotor pour assurer sa stabilité radiale et pour le maintenir libre de tout contact.
- Des joints d'étanchéité afin d'assurer l'étanchéité fluidique dans la microturbine.
- Un système de canalisation permettant l'alimentation en fluide des diverses composantes.

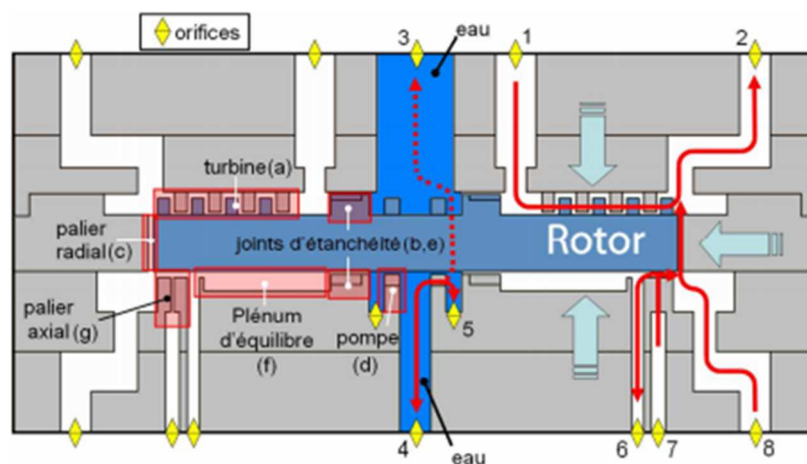


Figure 2-4: Schéma simplifié de la microturbopompe [23]

Cette microturbopompe est fabriquée à partir de trois couches de silicium Si, une couche de verre et une couche de *SOI* (*Silicon On Insulator*). La fabrication a été faite en utilisant des méthodes de microfabrication des *MEMS* notamment : gravures *DRIE* (*Deep Reactive Ion Etching*), photolithographie, collage par fusion et collage anodique. Le dispositif final est montré à la Figure 2-5.

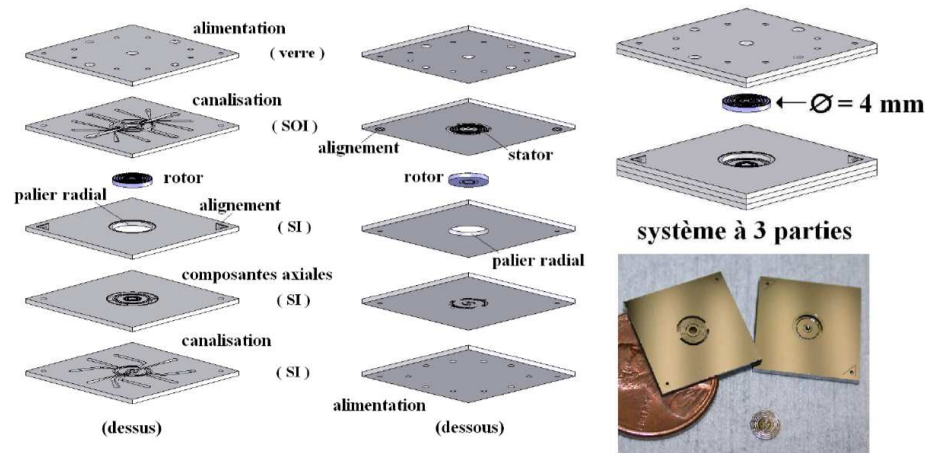


Figure 2-5: Représentation des cinq couches qui forment la première génération de la microturbine Rankine [5]

La caractérisation de cette première génération (à l'air comprimé à température ambiante) a permis de démontrer des performances satisfaisantes [7]. En effet, elle a pu :

- Atteindre une vitesse maximale d'opération de 330 000 RPM avec une différence de pression à travers la turbine de 0.75 atm.
- Produire approximativement une puissance mécanique de 0.38 W.
- Atteindre une efficacité isentropique de 36%.

D'après ces résultats, la microturbine fonctionnant à 1.1 million RPM devrait produire 3.2 W de puissance électrique avec une efficacité isentropique de la turbine de 63% [5]. La caractérisation de cette première génération de microturbopompe à température ambiante a permis d'identifier d'autres défis à surmonter. Des dommages structuraux ont été identifiés au niveau des pales du stator de la turbine à cause d'une interférence avec les pales du rotor. En plus, il y avait une instabilité du rotor et une limitation de la vitesse d'opération à cause de la force insuffisante provenant du palier axial.

Afin d'améliorer les niveaux de performance du système, il fallait approfondir la compréhension des phénomènes à l'intérieur des différentes composantes. Dans ce cadre, Félix Gauthier [23] a fait la modélisation des paliers axiaux et radiaux ainsi que l'étude des écoulements secondaires dans la microturbopompe. L'auteur a étudié la distribution des forces sur le rotor afin de trouver les conditions d'opération qui permettent d'assurer l'équilibre axial du rotor. Il a modifié les modèles des écoulements dans le palier axial, développés par Lee [7], pour bien prédire son comportement. Enfin, il a recommandé d'utiliser un autre palier axial au-dessus du rotor pour améliorer le contrôle de sa stabilité axiale.

Dans son projet, Gauthier a montré l'impact de la température de l'eau dans la pompe sur ses performances [23]. Avoir des températures élevées à cause du transfert de chaleur entraîne l'ébullition de l'eau dans la pompe, ce qui inhibe son fonctionnement. Puisque le principe de fonctionnement de la pompe repose sur les forces visqueuses, son niveau de performance diminue à cause de la baisse de la viscosité de l'eau engendrée par l'augmentation de la température. Par conséquent, il s'avère nécessaire d'assurer une isolation thermique entre le liquide dans la pompe et les écoulements chauds dans la microturbine. De plus, il a fait l'étude du sens de pompage dans la pompe c'est à dire un pompage centripète (vers l'intérieur) ou un pompage centrifuge (vers l'extérieur). Finalement, il a recommandé l'utilisation d'un pompage vers l'intérieur.

D'autres études ont contribué au développement d'une deuxième génération de la microturbopompe fonctionnant à la vapeur surchauffée. Mohamed Omri a fait l'étude et la simulation numérique en 3D de l'écoulement à travers les pales de la turbine [24]. Il a étudié l'effet sur les pertes de charge à travers un étage de pales de la turbine de :

- Nombre de Reynolds
- L'angle d'incidence de la pale
- La distance entre la pale et le mur de dessus (*tip clearance*)

Ses travaux présentent la continuité des travaux de Philippe Martel qui a effectué l'étude numérique de la turbine en 2D en 2008 [25]. L'objectif de l'étude était de mieux comprendre la structure de l'écoulement et de fixer des conditions d'opération pour un bon fonctionnement.

En se basant sur ces études, Mokhtar Liamini a proposé un premier concept d'une deuxième génération de la microturbine qui peut fonctionner à la vapeur surchauffée [26]. Il a focalisé ses études sur la gestion thermique au niveau de la microturbopompe pour assurer un bon fonctionnement avec de la vapeur surchauffée. Il a étudié l'impact de la conductivité thermique du matériau au niveau du rotor sur l'efficacité de la turbine et sur la température de l'eau dans la pompe (Figure 2-6), ce qui va permettre de choisir le matériau du rotor le plus compatible pour éviter l'ébullition de l'eau dans la pompe. Ce matériau doit avoir donc une faible conductivité thermique pour avoir une bonne efficacité de la turbine et une faible température dans la pompe.

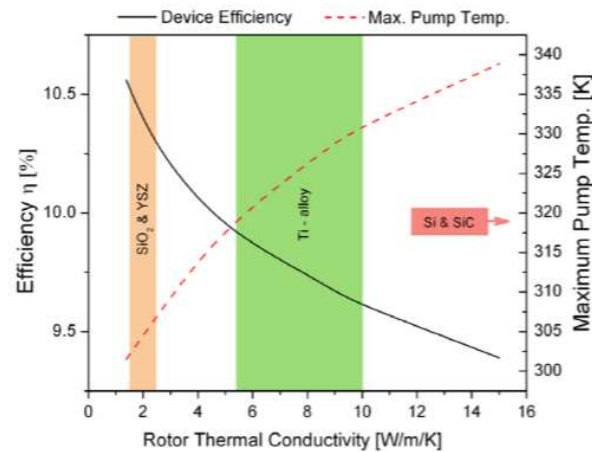


Figure 2-6: Impact de la résistance thermique sur la température de la pompe et l'efficacité de la microturbine [26]

Le concept de la microturbine de 2^{ème} génération proposé par Liamini [26] est représenté sur la Figure 2-7. Cette deuxième génération de microturbine exclut aussi l'évaporateur, le condenseur et la génératrice puisque le but actuel reste toujours la démonstration du fonctionnement. L'alimentation en fluide de travail se fait par une source extérieure. La turbine comprend seulement un étage de pales et non pas quatre comme dans la version précédente. Aussi, elle comprend deux paliers axiaux hydrostatiques l'un au-dessus et l'autre au-dessous du rotor pour bien contrôler la stabilité du rotor en fonctionnement.

2.4 Microturbine de 2^{ème} génération

2.4.1 Configuration et principe de fonctionnement

Un prototype de la deuxième génération de la microturbopompe a été fabriqué par Annache dans le cadre de ses travaux de thèse [10]. La Figure 2-9 montre les principaux écoulements dans la microturbopompe.

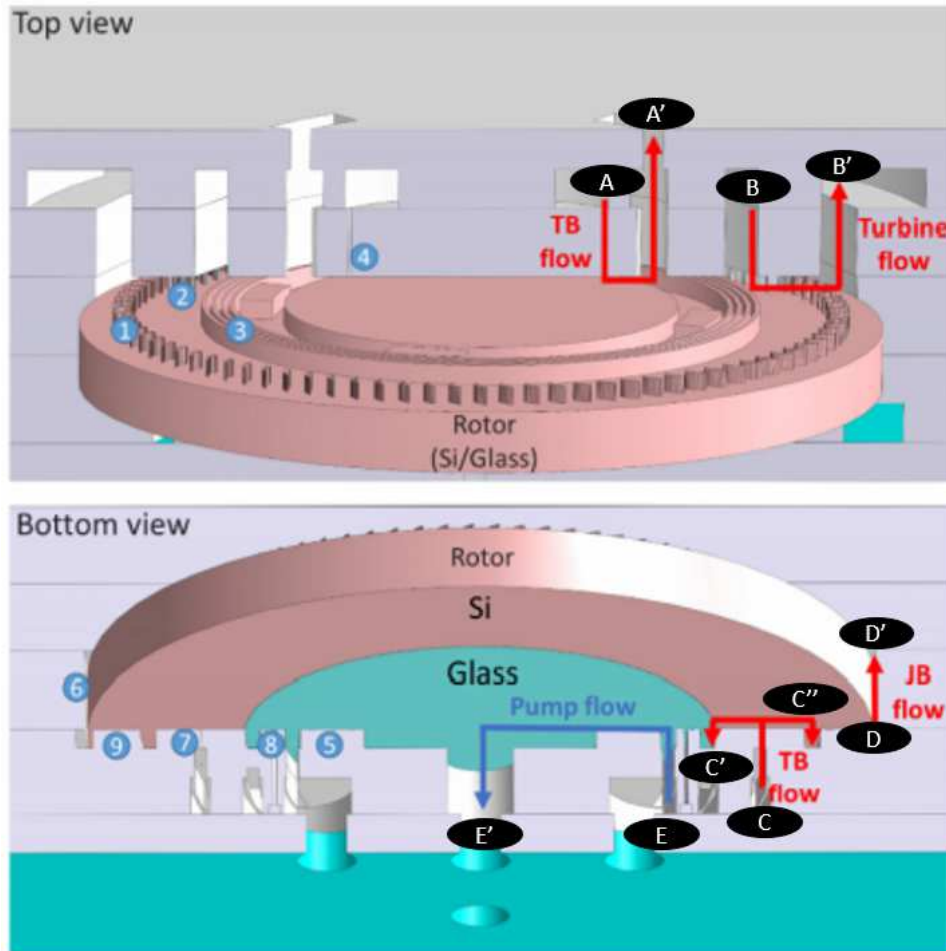


Figure 2-9: Schéma des écoulements dans la microturbopompe de 2^{ème} génération : 1. pales du rotor, 2. pales du stator, 3. joint annulaire supérieur, 4. palier axial supérieur, 5. Pompe, 6. Palier radial, 7. Palier axial inférieur, 8. Joint Herringbone, 9. joint annulaire inférieur [27]

La pompe située sous le rotor permet sous l'action de la rotation du rotor d'aspirer l'eau de l'entrée (E) et la pressuriser vers la sortie (E').

On introduit l'écoulement dans le palier axial inférieur à travers les orifices (C), qui sort par les canaux C' et C''.

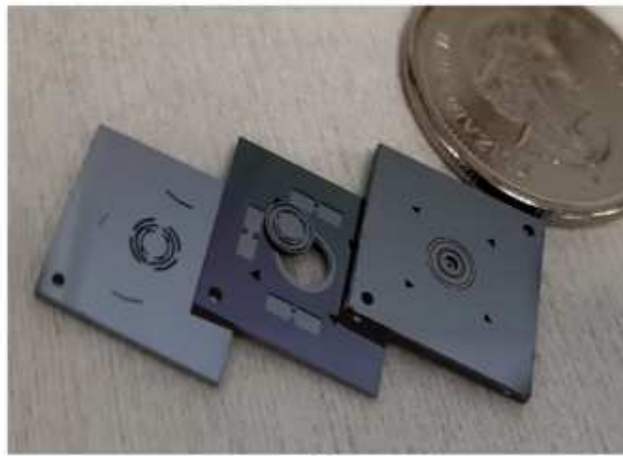
L'écoulement dans le palier axial supérieur est introduit par les orifices (A) et sort par le canal (A').

La vapeur ou l'air se détend dans la turbine de (B) à (B'), ce qui permet la rotation du rotor.

L'écoulement dans le palier radial est introduit par le canal (D) et sort par le canal (D').

De part et d'autre du rotor, on trouve les joints d'étanchéité (3, 8 et 9). Le joint annulaire (3) assure l'étanchéité fluide entre l'écoulement dans la turbine et celui dans le palier axial supérieur. Le joint annulaire (9) assure le scellement entre l'écoulement dans le palier radial et celui dans le palier axial inférieur. Le joint (8) est un joint *Herringbone*. Il assure l'étanchéité entre le palier axial inférieur et la pompe.

Une description bien détaillée de chacune des composantes de la microturbopompe sera exposée dans le chapitre suivant ainsi que les modèles de chacune d'entre elles. La microturbopompe de deuxième génération a une configuration planaire comme l'illustre la Figure 2-10 ci-dessous.



(a)

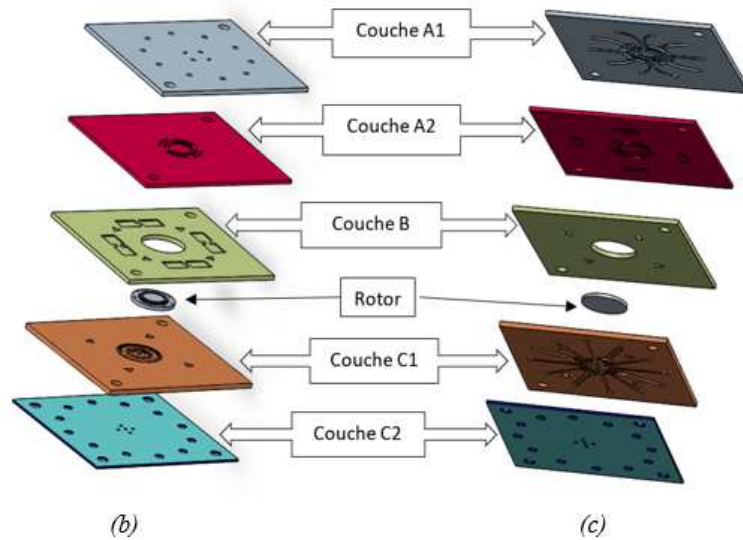


Figure 2-10: Vue éclatée de la microturbopompe de 2ème génération (a) : trois sous-systèmes avec rotor (b) : Vue de dessus (c) : Vue de dessous [10]

Le système est constitué d'un empilement de 5 couches : quatre couches de silicium (A1, A2, B, C1) et d'une couche de verre (C2). L'assemblage des cinq couches, forme un système qui a une géométrie carrée de 1.5x1.5 cm et une épaisseur de l'ordre de 2 mm.

C'est un système à trois sous-systèmes (A, B, C) qui permet la rotation du rotor librement. Elles sont représentées sur la Figure 2-10 (a) de gauche à droite comme suit : la partie A, la partie B, le rotor et la partie C. Les parties A et C sont respectivement les assemblages des couches A1/ A2 et C1/C2.

La couche A1 d'épaisseur 500 μm est fabriquée en silicium. Elle contient des trous d'alimentation en fluide du côté supérieur et des canalisations de distribution des écoulements sur son côté inférieur.

La couche A2 d'épaisseur 280/300 μm est fabriquée en silicium. Elle contient les canaux d'alimentation, l'entrée et la sortie de la turbine, l'entrée et la sortie du palier axial supérieur et la sortie du palier radial.

La couche B d'épaisseur 400 μm est fabriquée en silicium. Elle contient le rotor muni de pales et un joint d'étanchéité annulaire.

La couche C1 d'épaisseur 400 μm est fabriquée en silicium. Elle contient des canalisations d'alimentation et des canalisations de distribution respectivement sur

le dessous et le dessus de la couche. Elle contient aussi les orifices du palier axial inférieur, la pompe, le joint d'étanchéité *Herringbone* et le joint d'étanchéité annulaire.

La couche C2 d'épaisseur 500 μm est fabriquée en verre. Elle contient des trous d'alimentation et d'extraction du fluide dans le côté inférieur de la microturbine.

2.4.2 Caractérisation expérimentale préliminaire

La microturbopompe de 2^{ème} génération a été opérée et caractérisée avec de l'air froid à température ambiante et avec de l'air chaud jusqu'à une température de 160°C [10]. Elle a pu :

- Atteindre une vitesse de rotation de 100 000 RPM.
- Produire une puissance mécanique de 0.16 W.
- Atteindre un rendement isentropique de 52%.

La pompe visqueuse a été caractérisée sans être pressurisée avec une vitesse de rotation de 50 000 RPM délivrant un débit de 2.55 mg/s.

Contrairement à la première génération, les tests effectués sur la deuxième génération n'ont montré aucun bris de la structure. Un fonctionnement stable des paliers a été démontré avec une efficacité des joints d'étanchéité.

2.5 Équilibre axial du rotor

Le but de ce projet comme il a été mentionné auparavant est d'étudier l'équilibre axial du rotor. Pour ce faire, il faut tout d'abord prédire les forces appliquées sur le rotor. La Figure 2-11 représente les forces agissant sur le rotor par les composantes supérieures et inférieures.

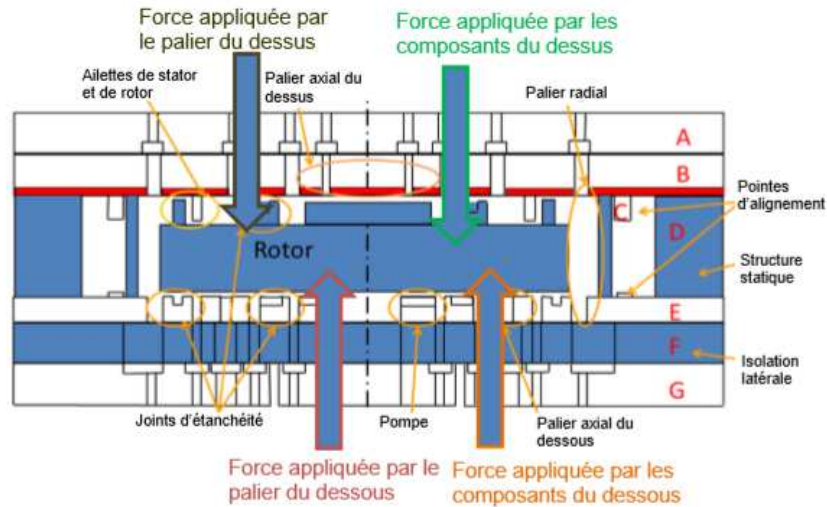


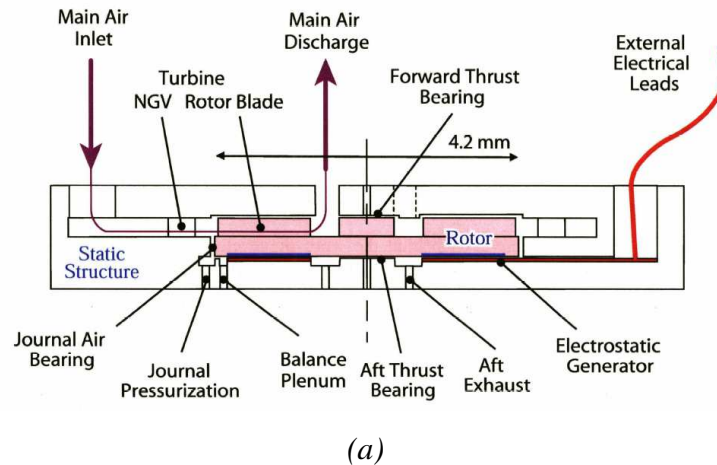
Figure 2-11: Schématisation des forces appliquées sur le rotor [8]

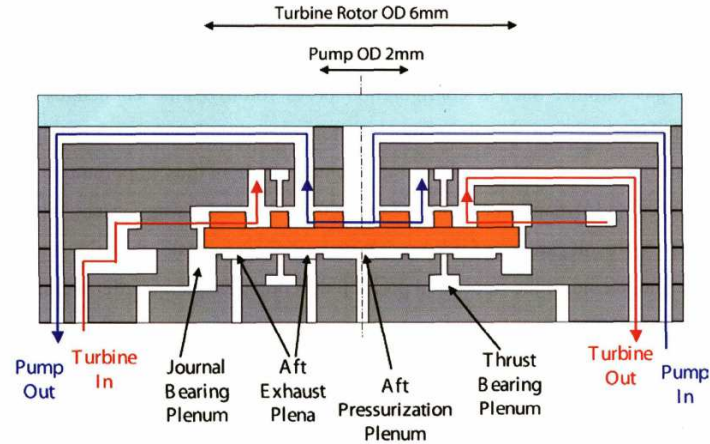
Comme le montre la Figure 2-11, la turbine, le joint supérieur et le palier axial supérieur imposent une force qui pousse le rotor vers le bas. La force exercée par les joints inférieurs, la pompe et le palier axial inférieur pousse le rotor vers le haut. La force exercée par chaque composante varie en fonction de la pression fournie, de la vitesse de fonctionnement et de la géométrie. Dans cette étude, on s'intéresse principalement à étudier les paliers axiaux et les forces qu'ils doivent fournir pour équilibrer le rotor.

Ces paliers à gaz sont indispensables dans la majorité des dispositifs rotatifs à grande vitesse pour assurer la stabilité axiale et fournir une rigidité au système. Il existe deux types de paliers axiaux à gaz : les paliers hydrodynamiques et les paliers hydrostatiques. Pour les paliers à gaz hydrodynamiques, les surfaces en présence sont séparées par un film mince de fluide. Dans ce film, une pression peut être créée à partir d'un mouvement relatif des surfaces. Tandis que pour les paliers à gaz hydrostatiques, l'alimentation en gaz sous pression se fait par une source externe. Généralement, les paliers à gaz hydrodynamique sont plus faciles à microfabriquer et ils ne nécessitent pas de sources externes pour fonctionner. Cependant, ils sont incapables de fournir une rigidité élevée à des faibles vitesses de rotation, puisque l'ampleur de la rigidité provient du mouvement relatif entre les surfaces fixes et rotatives du palier [29]. Pour cette raison, en pratique, les paliers à gaz hydrostatiques sont les plus utilisés car ils permettent de contrôler facilement la position axiale du rotor [30]. Néanmoins, plusieurs défis sont associés au développement des paliers

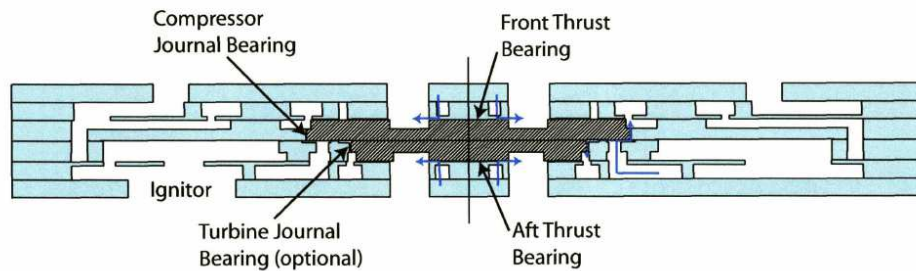
hydrostatiques à petites échelles. Les faibles nombres de Reynolds des écoulements dans les micropaliers hydrostatiques augmentent les pertes par friction ce qui nécessite le développement de nouveaux modèles pour prédire avec précision les performances et la stabilité des paliers à cette échelle. D'autre part, la fabrication des paliers à petite échelle est limitée par les moyens techniques. Dans certains cas, la fabrication des orifices trop longs ou à petit diamètre est difficile voire impossible.

Dans ce projet, des paliers hydrostatiques à gaz [39] sont utilisés. Ce type de palier a été l'objet de plusieurs études où leur principe de fonctionnement est démontré ([23], [30-38]). Ces études sont généralement destinées à des systèmes spécifiques. Teo [34], dans ses travaux, a développé des modèles analytiques permettant de traduire le comportement des paliers axiaux hydrostatiques circulaires. Il a démontré qu'un problème de blocage dans les paliers peut être une source d'instabilité. Finalement, il a recommandé l'utilisation des paliers hydrostatiques annulaires et il a indiqué que le palier axial annulaire peut être jusqu'à 50 fois plus rigide angulairement que le palier axial circulaire. La Figure 2-12 illustre des exemples de microdispositifs qui utilisent des paliers à gaz hydrostatiques.





(b)



(c)

Figure 2-12: Vue en coupe de microdispositifs contenant des paliers hydrostatiques à gaz
(a) microturbogénératrice ; (b) microturbopompe ; (c) microturbocompresseur [34]

2.5.1 Géométrie et principe de fonctionnement des paliers axiaux

Les paliers axiaux inférieur et supérieur permettent d'assurer la stabilité axiale et le contrôle de la position axiale du rotor pendant le fonctionnement en variant les profils de pression dans chacun des deux paliers. La distance entre le rotor et la structure statique inférieure ou supérieure est appelée *jeu* de fonctionnement.

Une schématisation du rotor supporté par les deux paliers axiaux inférieur et supérieur est représentée par la Figure 2-13. Les valeurs des paramètres géométriques utilisées sont les valeurs de la microturbopompe fabriquée par Amnache [10]. Les flèches dans la figure indiquent le sens de l'écoulement dans chaque palier.

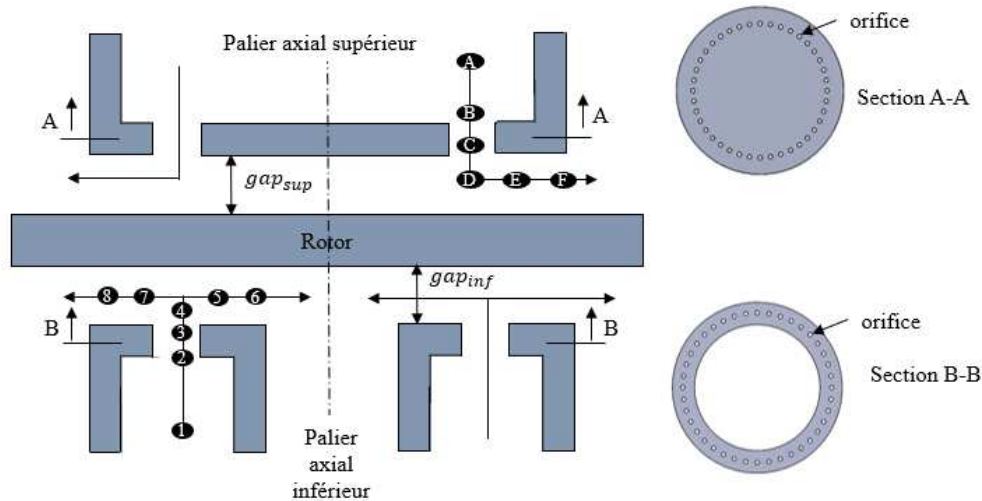


Figure 2-13: Trajectoire des écoulements dans les paliers axiaux (pas à l'échelle)

Le palier axial inférieur

Le palier axial inférieur est un anneau à l'intérieur duquel sont distribués 40 orifices. La Figure 2-14 illustre une représentation du palier axial inférieur ainsi que son emplacement dans la microturbopompe de 2^{ème} génération. Il se situe au-dessous du rotor (côté pompe) à une distance (gap_{inf}) qui varie entre 1 μm et 3.8 μm selon la position axiale du rotor. La principale fonction du palier axial inférieur est de fournir la force nécessaire pour équilibrer les forces provenant des composantes de dessus.

Quand le rotor se déplace axialement, prenant le cas où les forces axiales de dessus sont plus grandes que celles de dessous donc le rotor se déplace vers le bas, l'espacement entre le rotor et la surface du palier axial inférieur (gap_{inf} sur le schéma de la Figure 2-13) diminue. Cette diminution du gap_{inf} augmente la résistance fluidique totale, diminuant ainsi le débit massique qui traverse le palier axial inférieur. Par conséquent, les pertes de pression dans les orifices diminuent, d'où l'augmentation de la pression à la sortie des orifices, (point 4 sur le schéma de la Figure 2-13). Par conséquent, la force de pression exercée par le palier axial inférieur sur le rotor augmente et il va être repoussé vers le haut pour revenir à sa position d'équilibre.

De façon similaire, si le rotor se déplace vers le haut (la force axiale des composantes de dessous est plus grande que celle des composantes de dessus), le gap_{inf} augmente en

diminuant la résistance fluide totale et en augmentant le débit massique traversant le palier axial inférieur. Donc, les pertes de pression dans les orifices augmentent et la pression à la sortie de l'orifice (point 4 sur le schéma de la Figure 2-13) diminue. Par conséquent, la force exercée par le palier axial inférieur sur le rotor diminue et le rotor va être attiré vers le bas pour revenir à sa position d'équilibre.

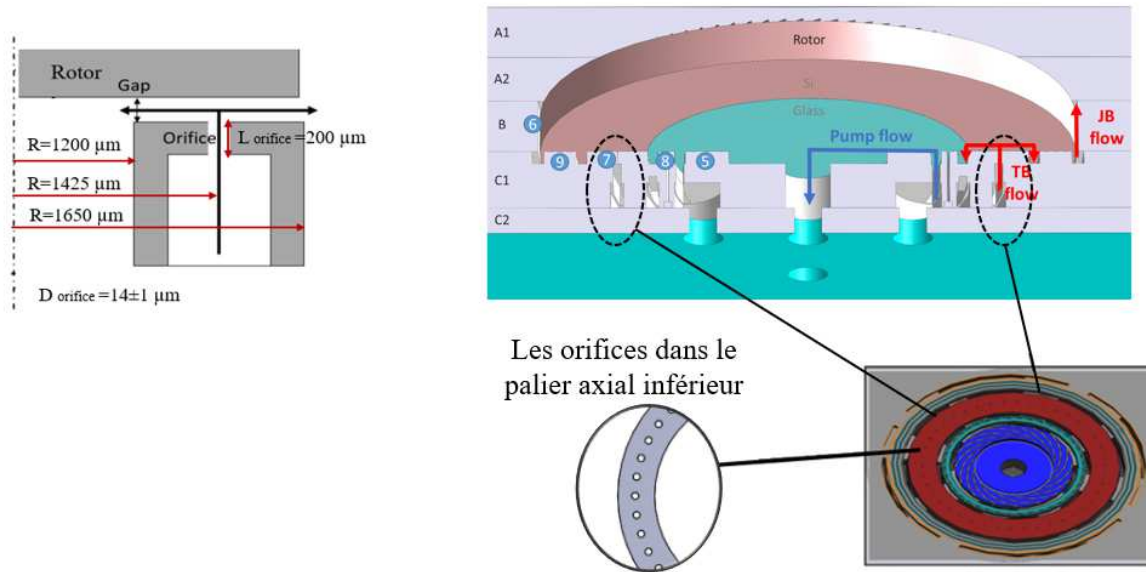


Figure 2-14 : Présentation de la géométrie du palier axial inférieur [10]

Le palier axial supérieur

Le palier axial supérieur est positionné au centre du rotor. Cette composante a une géométrie circulaire composée de 40 orifices. La Figure 2-15 montre sa géométrie et son emplacement dans la microturbopompe de 2^{ème} génération. Il se situe au-dessus du rotor (côté turbine) à une distance (*jeu*) qui varie entre 1 μm et 3.8 μm selon la position axiale du rotor.

La fonction principale du palier axial supérieur est de fournir la force nécessaire pour équilibrer les forces exercées par les composantes de dessous sur le rotor.

Le principe de fonctionnement de ce palier est le même que celui de dessous. La seule différence est que ce palier possède une seule sortie tandis que celui de dessous possède deux sorties.

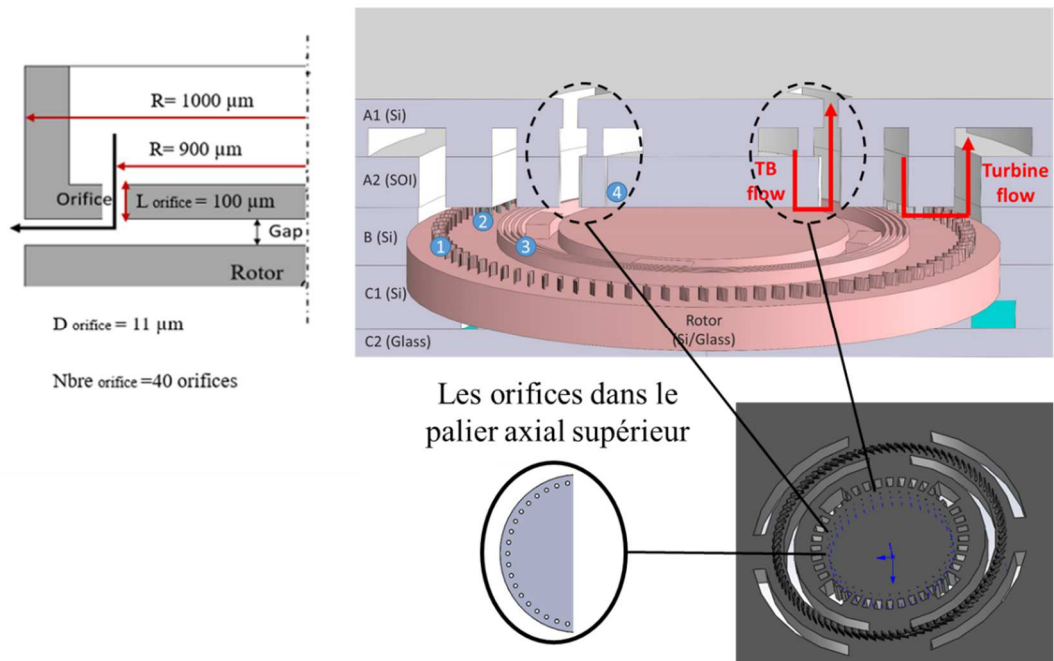


Figure 2-15 : Présentation de la géométrie du palier axial supérieur [10]

CHAPITRE 3 MODÉLISATION ET RÉSULTATS ANALYTIQUES

Ce chapitre présente les différents modèles de la turbine, la pompe, les joints d'étanchéités, le palier radial et les paliers axiaux.

Il met le point sur les améliorations des modèles analytiques des paliers axiaux par rapport aux modèles de Lee [7] et Gauthier [23]. Dans cette génération, il y a deux paliers axiaux et non pas un seul tel que fait dans la première génération.

3.1 Modélisation des composantes de la microturbopompe

3.1.1 La turbine

C'est une turbine radiale centrifuge, conçue en se basant sur le calcul des triangles de vitesses. Contrairement à la turbine de 1^{ère} génération qui est composée de quatre étage de pales du rotor et du stator, cette turbine est composée seulement d'un étage de pales du rotor et du stator, puisque Martel [40] avait démontré qu'une turbine à un seul étage est capable de fournir la puissance nécessaire. La Figure 3-1 représente les pales du rotor et les pales du stator de la turbine fabriquée par Amnache [10]. Elle permet d'extraire une partie de l'énergie contenue dans l'écoulement fluide dans le but de faire tourner le rotor.

D'après le *design* effectué par Liamini [8], la turbine pourrait produire 1.83 W de puissance avec une efficacité isentropique de 74.5 % à 600 000 RPM pour un rapport de pression totale de 1.165 et un débit de 80 mg/s.

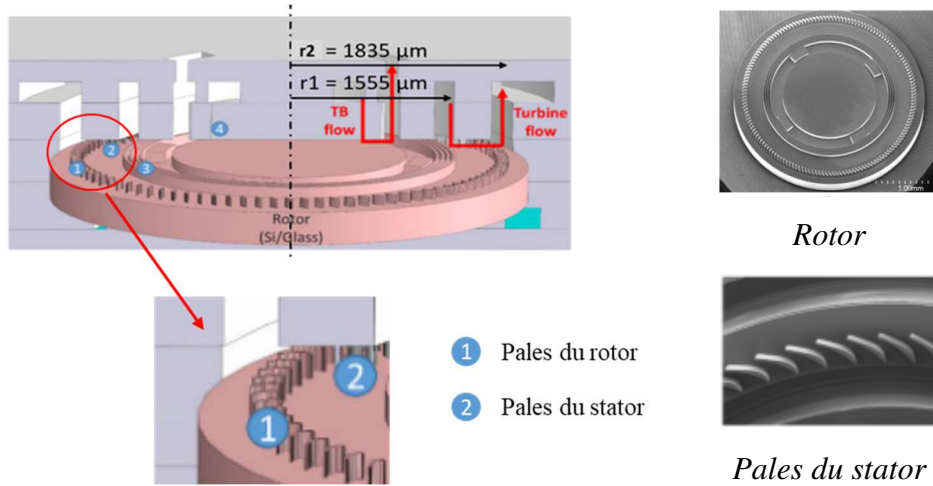


Figure 3-1: Schématisation des pales du rotor et du stator de la turbine [10]

La modélisation de la turbine s'appuie sur les mesures expérimentales faites par Amnache [28] dans le but de déterminer la vitesse de rotation en fonction de la différence de pression imposée à la turbine (Figure 3-2). Ces mesures sont faites pour un *jeu* de fonctionnement. Mais vu que le but de cette section est de donner une approximation de la force axiale appliquée par la turbine, ce profil de pression dans la turbine est supposé le même pour tous les *jeux* étudiés.

À partir de ces mesures (Figure 3-2), une corrélation a été établie. Elle permet de déterminer la vitesse de rotation du rotor, Ω .

$$\Omega [RPM] = 16.14 \Delta P + 9.3567 \text{ et } \Delta P = (P_{\text{entrée}} - P_{\text{sortie}}) [\text{Pa}] \quad (3-1)$$

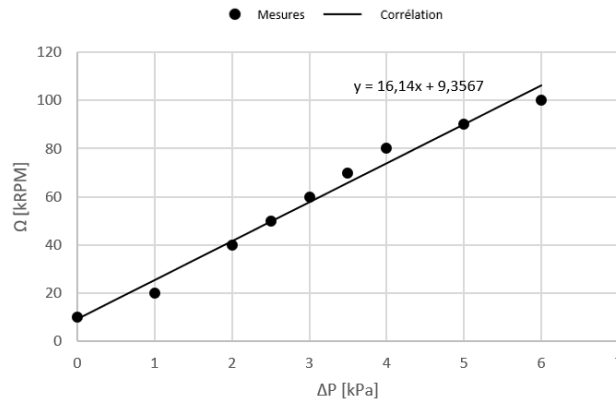


Figure 3-2 : Variation de la vitesse en fonction de la pression

La principale force axiale exercée par la turbine, $F_{turbine}$, est due au champ de pression au travers elle. Donc pour évaluer cette force il suffit d'intégrer le profil de pression sur la surface de la turbine.

$$F_{turbine} = \int_0^{2\pi} \int_{r_{1turbine}}^{r_{2turbine}} P(r) r dr d\theta = \bar{P} \pi (r_{2turbine}^2 - r_{1turbine}^2) \quad (3-2)$$

où : \bar{P} est la pression moyenne équivalente dans la turbine

$r_{1turbine}$ est le rayon intérieur de la turbine

$r_{2turbine}$ est le rayon extérieur de la turbine

Pour déterminer la pression moyenne, \bar{P} , le profil de pression est supposé linéaire entre l'entrée et la sortie de la turbine.

$$P(r) = x * r + y = \frac{P_{entrée} - P_{sortie}}{r_{1turbine} - r_{2turbine}} * r + \frac{P_{sortie} * r_{1turbine} - P_{entrée} * r_{2turbine}}{r_{1turbine} - r_{2turbine}} \quad (3-3)$$

$$P(r_{1turbine}) = P_{entrée} \quad (3-4)$$

$$P(r_{2turbine}) = P_{sortie} \quad (3-5)$$

$$\bar{P} = C_{turbine} (P_{entrée} - P_{sortie}) + P_{sortie} \text{ où } C_{turbine} = 0.5 \quad (3-6)$$

Une évaluation de la force appliquée par la turbine en fonction de la vitesse de rotation du rotor a été faite. La Figure 3-3 représente la variation de la force appliquée par la turbine en fonction de la vitesse de rotation.

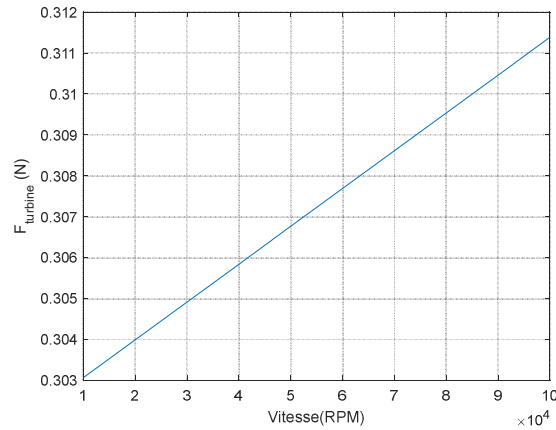
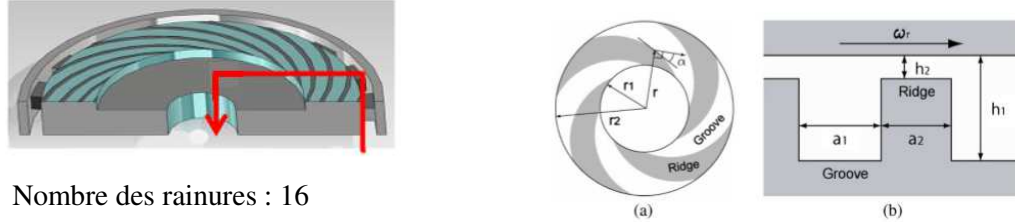


Figure 3-3 : Variation de la force en fonction de la vitesse de rotation du rotor

3.1.2 La pompe

Il s'agit d'une pompe visqueuse centripète située sous le rotor. Elle est composée de deux parties, une partie mobile au-dessous du rotor et une partie fixe formée des rainures en forme de spirales. La Figure 3-4 représente une schématisation de la pompe ainsi que ses caractéristiques géométriques.



- Nombre des rainures : 16
- Nombre des crêtes : 16
- Profondeur des rainures : $h_1 = 6,5 \mu m$
- Angle des rainures : 16°
- Rapport $\frac{\text{crête}}{\text{rainure}} = 0.3$
- Rayon intérieur $r_{1pompe} = 600 \mu m$
- Rayon extérieur $r_{2pompe} = 920 \mu m$

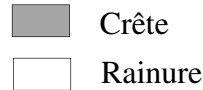


Figure 3-4 : Schématisation de la pompe visqueuse [8]

L'analyse de la pompe est faite en utilisant l'équation de Reynolds. Cette approche n'est applicable que pour une pompe visqueuse à petite échelle en raison de sa forme plane mince [7].

Les hypothèses suivantes sont prises en considération:

- Fluide incompressible
- Écoulement visqueux totalement développé
- Pression uniforme sur l'épaisseur du film lubrifiant

La variation de pression dans la pompe est [7] :

$$\Delta P = \Delta P_{pompe} \pm \Delta P_{centrifuge} \quad (3-7)$$

Le signe (\pm) dépend du sens du pompage. Vu que notre pompe est à pompage vers l'intérieur donc le signe va être (-) parce que les forces centrifuges seront opposées au sens du pompage.

Donc :

$$\Delta P = \Delta P_{pompe} - \Delta P_{centrifuge} \quad (3-8)$$

$$\Delta P_{pompe} = \frac{3\mu\omega}{h_2^2} (r_{2eff}^2 - r_{1eff}^2) g_1(\alpha, H, \gamma) - \frac{6\mu\dot{m}(1+\gamma)}{\pi\rho h_1 h_2^2} A \ln\left(\frac{r_{2eff}}{r_{1eff}}\right)$$

[7]# (3-9)

$$\Delta P_{centrifuge} = \frac{1}{8} \rho \omega^2 (r_{2pompe}^2 - r_{1pompe}^2)$$

[7]#(3-10)

Le couple délivré par la pompe est :

$$\text{Torque}_{pompe} = \frac{\pi\mu\omega r_2^4}{2h_2} (1 - \lambda^4) g_2 - B(r_2^2 - r_1^2) \frac{\mu\dot{m}}{\rho h_1 h_2} \quad [7] \# 3-11$$

La puissance consommée par la pompe est :

$$\text{Puissance}_{pompe} = \text{Torque}_{pompe} * \omega \quad (3-12)$$

Ces modèles sont représentés plus en détails dans l'annexe B.

La variation de la viscosité de l'eau en fonction de la température est représentée par la relation empirique de Seeton [41] et la variation de la densité provient d'une corrélation effectuée à partir des tables du livre d'Alexandrou [42].

$$\mu_{eau} = (2,414 \cdot 10^{-5}) \cdot 10^{\frac{247,8}{(T-140)}} \text{ pour } 273 \text{ K} < T < 373 \text{ K} \quad (3-13)$$

$$\rho_{eau} = 1490 - 1,18634 \cdot T - \left(\frac{3518}{T}\right)^2 \text{ pour } 273 \text{ K} < T < 373 \text{ K} \quad (3-14)$$

Le principe d'une micropompe visqueuse en spirale a été validé en premier par Lee [7].

Pompage avec de l'eau

Afin de voir le comportement de la pompe de la 2^{ème} génération de microturbopompe la différence de pression et la force de la pompe sont tracées en fonction du débit d'eau (Figure 3-5).

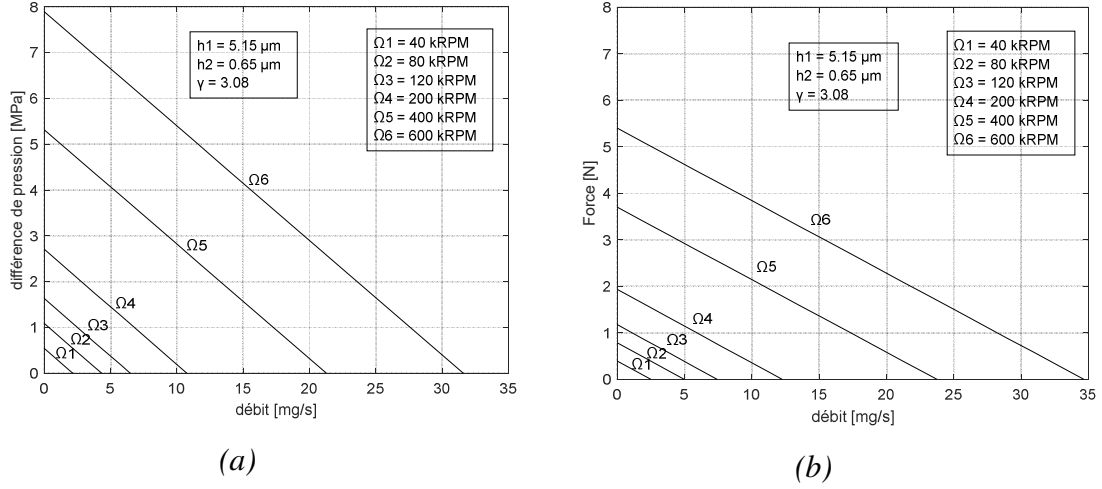


Figure 3-5 : Variation de la différence de pression (a) et de la force (b) de la pompe en fonction du débit d'eau

Pour évaluer la force exercée par la pompe sur le rotor, le profil de pression est intégré sur sa surface comme suit :

$$F_{\text{pompe centripète}} = \frac{3\pi\mu\omega r_2^4}{2h_2^2} (1 - \lambda^2)^2 g_1 C_2^{*2} - X - Y \quad (3-15)$$

Avec :

$$X = \frac{12\mu\dot{m}}{\rho h_1 h_2^2} g_3 \left(\frac{r_{2eff}^2 - r_{1eff}^2}{4} + \frac{r_{1eff}^2}{2} \ln \left(\frac{r_{2eff}}{r_{1eff}} \right) \right) \quad (3-16)$$

$$Y = \frac{\pi}{16} \rho \omega^2 (r_2^4 - r_1^4) \quad (3-17)$$

La courbe de la Figure 3-6 représente la variation de la force maximale (débit massique nul) en fonction de la vitesse de rotation pour une pompe centripète pour différentes valeurs du jeu. La force exercée par la pompe diminue en augmentant le débit jusqu'à une valeur maximale où la différence de pression est nulle comme le montre la Figure 3-5.

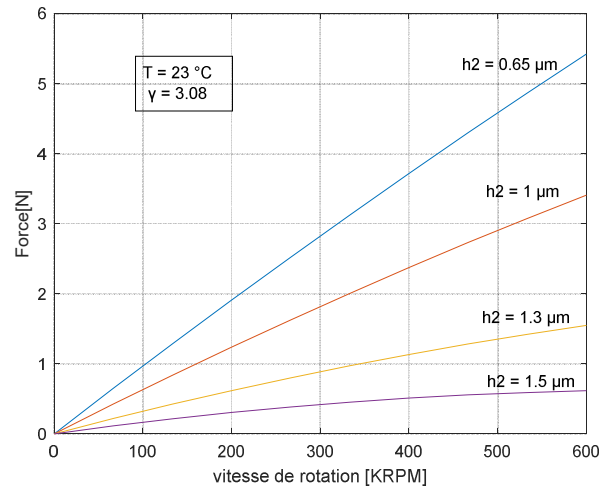


Figure 3-6 : Force maximale exercée par la pompe (pompage avec de l'eau)

Effet de l'espacement entre le rotor et la pompe sur le comportement de la pompe

Pour savoir l'influence de la distance entre la pompe et le rotor, le comportement de cette dernière a été étudié pour deux jeux différents (l'un est le double de l'autre) en gardant tous les autres paramètres constants. La Figure 3-7 illustre la variation de la puissance consommée par la pompe pour deux jeux différents en fonction de la vitesse de rotation à une température égale à 23 °C.

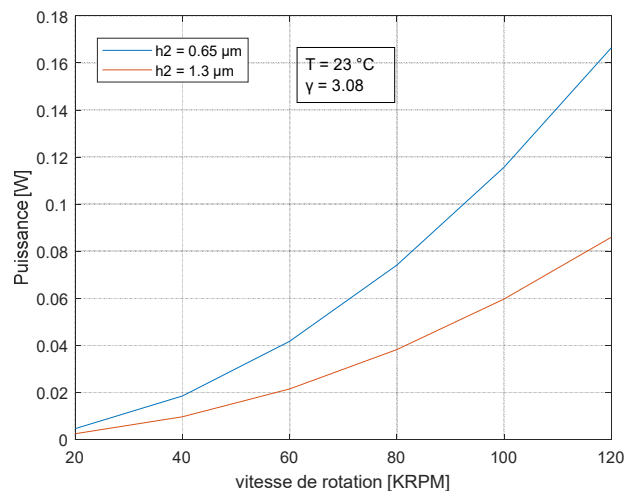


Figure 3-7 : Effet de la position axiale sur les performances de la pompe

L'analyse du graphe de la Figure 3-7, montre que l'espacement entre le rotor et la pompe a une grande influence sur les performances de cette dernière.

Une augmentation de la distance entre la pompe et le rotor (h_2) engendre la diminution de la puissance consommée par la pompe. Cela est expliqué par le fait que l'augmentation du *jeu* engendre la diminution des pertes visqueuses et par la suite la puissance consommée diminue.

Pompage à vide (avec de l'air)

Dans le but d'évaluer la force exercée par la pompe quand elle est vide (pas d'eau dans la pompe), une étude du comportement de la pompe a été faite en utilisant de l'air comme fluide de travail. Le calcul a été fait avec un débit d'air maximal dans la pompe. La Figure 3-8 représente la variation de la force de la pompe en fonction de la vitesse de rotation du rotor.

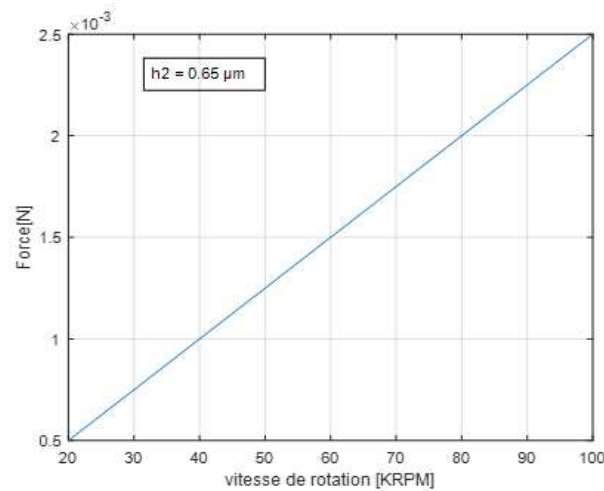


Figure 3-8 : Force exercée par la pompe (pompage avec de l'air)

La force axiale de la pompe, lors du pompage à vide, sera négligée puisqu'après évaluation, cette force est de l'ordre de 10^{-3} N, et s'avère négligeable en égard de la force exercées par d'autres composantes (Paliers axiaux, joints d'étanchéité).

3.1.3 Les paliers axiaux

La modélisation des paliers axiaux consiste à évaluer les pertes de pression de l'écoulement fluide dans chaque palier. Cette modélisation analytique a été effectuée en premier par Lee [7] et Gauthier [23]. Cette même modélisation a été refaite dans ce travail, mais avec

des améliorations et des modifications pour l'adapter à la géométrie de la 2^{ème} génération de microturbopompe.

Dans ce qui suit, les équations pour le palier axial inférieur seront présentées. La même démarche est suivie pour la modélisation du palier axial supérieur. Sur le schéma de la Figure 2-13 les numéros (de 1 à 8) indiquent les points de passage de l'écoulement dans le palier axial.

Une explication détaillée avec le développement des modèles est présentée en annexe A, et seulement les relations finales sont données ici.

❖ **Passage 1-2 : pertes de pression à l'entrée de l'orifice**

$$P_{T_1} - P_{T_2} = \alpha \frac{(P_1 + P_2)V_2^2}{4RT_2}$$

❖ **Passage 2-3 : pertes de pression dans l'orifice**

$$P_3 = \sqrt{P_2^2 - 4f \frac{L_{orifice}}{D_{orifice}} \gamma M_2^2 P_2^2 + 2\gamma M_2^2 P_2^2 \ln\left(\frac{P_3}{P_2}\right)} \quad (3-18)$$

❖ **Passage 3-4 : pertes de pression en sortant de l'orifice vers le jeu**

$$P_3 - P_4 = K_{MTI}(P_{T4} - P_4) \quad (3-19)$$

$$\text{avec : } K_{MTI} = 0.179 + 0.31 \left(\frac{Re_4}{2000}\right) - 0.122 \left(\frac{Re_4}{2000}\right)^2 + 0.282 \left(\frac{Re_4}{2000}\right)^3$$

❖ **Passage 4-5/4-7 : pertes de pression entre l'orifice et les points 5 et 7**

$$P_5 = \sqrt{P_4^2 - 12\mu \frac{\dot{m}_{4-5}^* RT}{\pi h^3} \ln\left(\frac{r_5}{r_4}\right)} \quad (3-20)$$

$$P_7 = \sqrt{P_4^2 - 12\mu \frac{\dot{m}_{4-7}^* RT}{\pi h^3} \ln\left(\frac{r_7}{r_4}\right)} \quad (3-21)$$

Facteur de correction

L'écoulement à la sortie des orifices a été traité comme étant un écoulement unidimensionnel sortant d'une fente circonférentielle (En considérant l'hypothèse disant que la distance entre deux orifices adjacents est très petite). Or, en réalité l'écoulement est bidimensionnel qui provient d'un orifice. Donc il faut corriger le débit calculé par un facteur de correction $f_{correction}$. Une étude numérique a été faite dans le but de déterminer ce facteur. Lee [7] a fait une étude similaire mais en considérant des pressions égales de part et d'autre du palier axial. Gauthier [23] dans son projet a refait la même étude en tenant compte de la variation, d'une manière indépendante, des pressions aux extrémités du palier axial. Ici, la même étude de Gauthier est refaite en adoptant le modèle à notre géométrie.

Dans notre étude, l'écoulement est considéré comme étant un écoulement de couche mince défini par l'équation de Reynolds [23]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{-\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{-\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{-\rho h(u_a - u_b)}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{-\rho h(v_a - v_b)}{2} \right) + \rho(w_a - w_b) - \rho u_a \frac{\partial h}{\partial x} - \rho v_a \frac{\partial h}{\partial y} + \rho \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (3-22)$$

En appliquant les hypothèses suivantes :

- Régime permanent
- La variation de l'épaisseur de la couche mince est négligeable
- L'écoulement est isotherme
- Le fluide est un gaz parfait ($P = \rho RT$)

l'équation de Reynolds (3-22) devient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(P \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(P \frac{\partial P}{\partial y} \right) = 0 \quad (3-23)$$

$$\nabla^2 P^2 = 0 \quad (3-24)$$

Afin de trouver la distribution du profil de pression, il suffit de résoudre l'équation de Laplace en P^2 . Pour ce faire, une simulation numérique a été faite en utilisant le logiciel de COMSOL. C'est un logiciel de simulation numérique qui permet de résoudre des

équations aux dérivées partielles (*PDE*) par éléments finis. Dans cette étude, la version 5.4 du COMSOL a été utilisée. Après, le calcul des pressions et débit a été fait dans Matlab. Pour intégrer la résolution numérique faite par COMSOL dans les scripts MATLAB, un serveur COMSOL, LiveLink for MATLAB a été utilisé. Les grandes étapes de la résolution numérique de l'équation de Laplace en P^2 sont résumées dans le diagramme de la Figure 3-9.

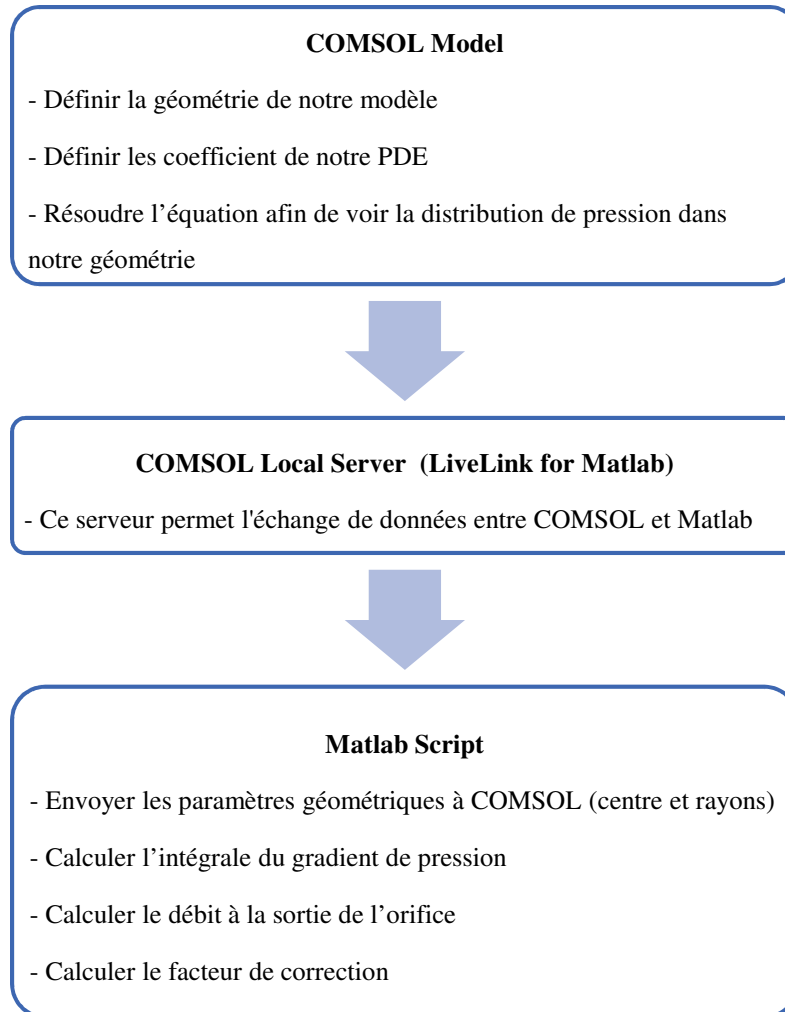
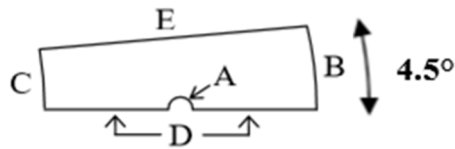


Figure 3-9 : Les étapes de résolution de l'équation de Laplace en P^2

Les étapes suivantes sont suivies lors de la définition du modèle COMSOL :

- Étape 1 : définition de la géométrie du modèle. Le calcul est effectué sur une zone entre deux orifices (Figure 3-10). Ici la géométrie pour le palier axial inférieur sera présentée.



$$R_B = 1650 \mu m$$

$$R_C = 1200 \mu m$$

$$D_{orifice} = 14 \mu m$$

Figure 3-10 : La géométrie du domaine de calcul dans COMSOL pour le palier axial inférieur

- Étape 2 : assignation des valeurs adéquates aux différentes variables et définition des conditions aux limites.

Assignation des variables :

$$\nabla(-c\nabla P - aP + \gamma) + aP + \beta\nabla P = 0$$

$$a = \beta = \gamma = 0$$

$$c = P$$

Les conditions aux limites : - A : pression P_4

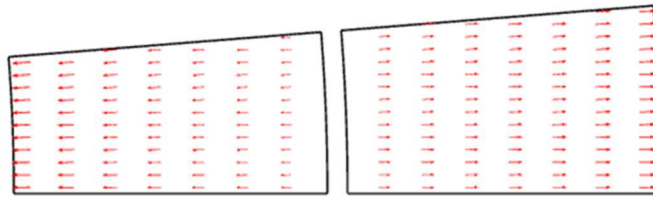
- B : pression P_7

- C : pression P_5

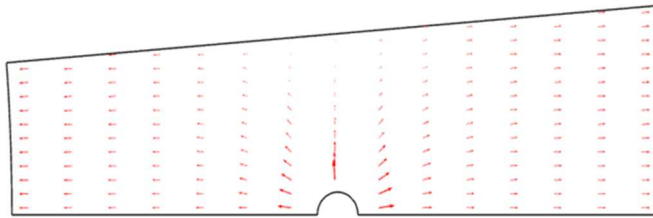
- A, E et D : symétrie

- Étape 3 : Création du maillage.
- Étape 4 : Résolution du problème en utilisant une étude stationnaire afin de calculer la pression.

Une première étude a été faite sur un écoulement radial provenant d'une fente circonférentielle pour valider les équations (3-20) et (3-21) d'une part et pour s'adapter à l'utilisation du logiciel d'autre part. Ensuite, la même étude a été faite en prenant le cas où l'écoulement provient d'un orifice. La Figure 3-11 représente les vecteurs vitesse pour chaque cas d'étude.



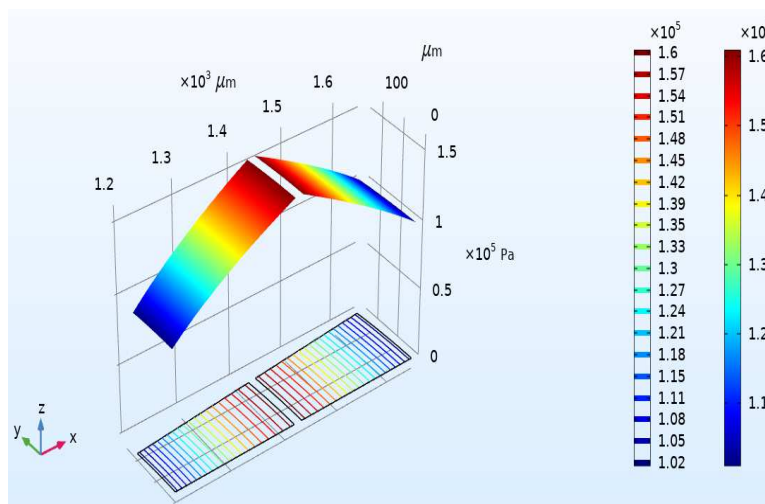
(a)



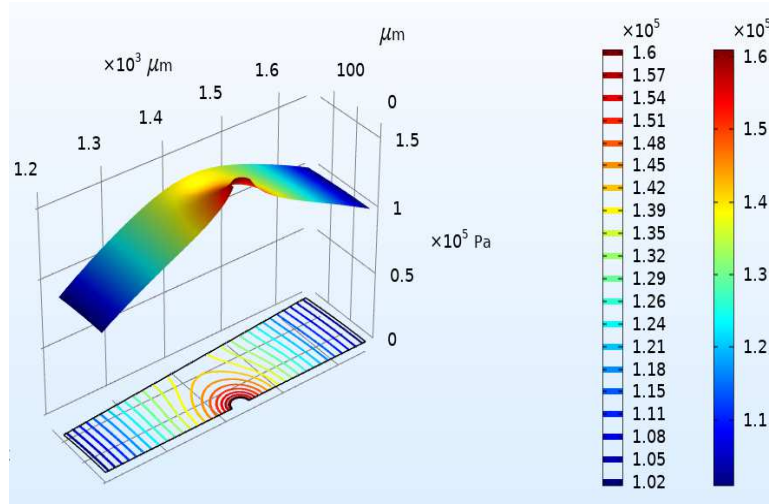
(b)

Figure 3-11 : Vecteurs vitesse de l'écoulement provenant : (a) d'une fente circonférentielle ; (b) d'un orifice pour le palier axial inférieur

La Figure 3-12 représente la différence entre les profils de pression pour un écoulement qui provient d'une fente circonférentielle et un écoulement qui provient d'un orifice pour le palier axial inférieur.



(a)



(b)

Figure 3-12: profil de pression pour l'écoulement à la sortie du palier axial inférieur :
 (a) : un écoulement provenant d'une fente circumférentielle ; (b) : un écoulement
 provenant d'un orifice

Le même travail est fait pour le palier axial supérieur, le seul changement est au niveau de la 1^{ère} étape en ce qui concerne la géométrie du modèle (Figure 3-13).

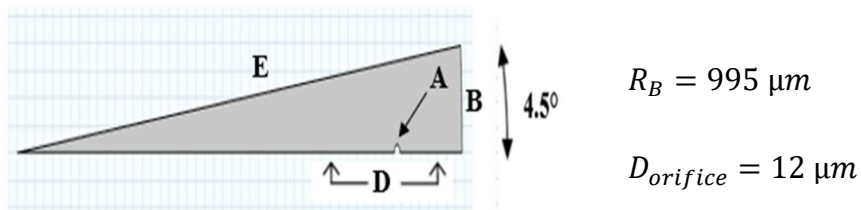


Figure 3-13 : Géométrie du domaine de calcul dans COMSOL pour le palier axial
 supérieur

La Figure 3-14 montre la différence entre l'écoulement sortant d'une fente circumférentielle et l'écoulement provenant d'un orifice pour le palier axial supérieur.

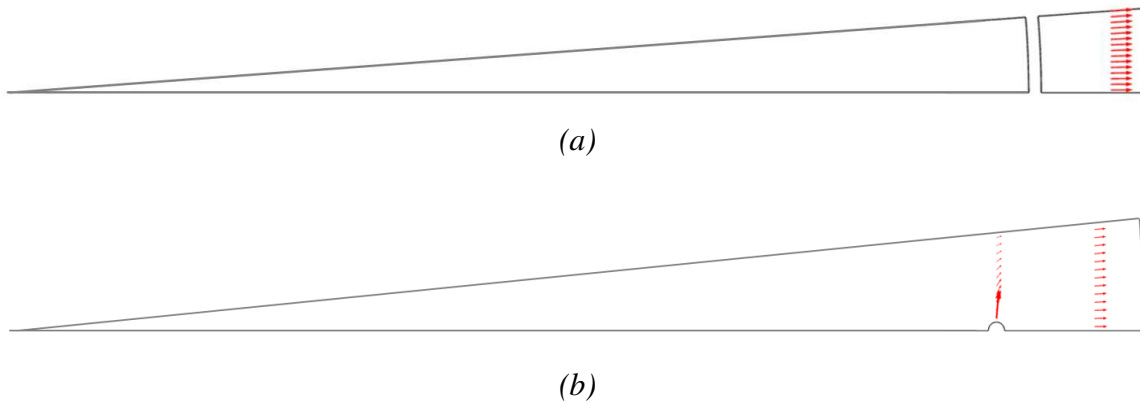


Figure 3-14 : Vecteurs vitesse de l'écoulement provenant : (a) d'une fente circonférentielle ; (b) d'un orifice pour le palier axial supérieur

La Figure 3-15 représente la différence entre les profils de pression pour un écoulement qui provient d'une fente circonférentielle et un écoulement qui provient d'un orifice pour le palier axial de dessus.

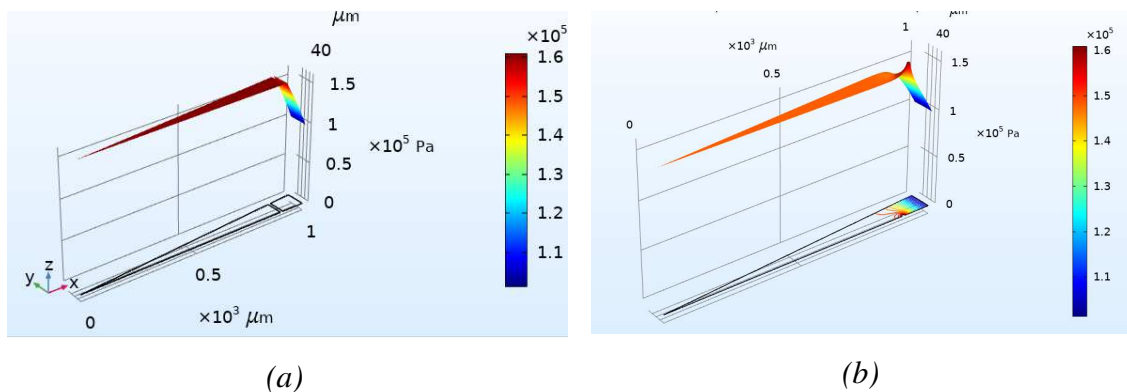


Figure 3-15 : profil de pression pour l'écoulement à la sortie du palier axial supérieur : (a) : un écoulement radial provenant d'une fente circonférentielle ; (b) : un écoulement provenant d'un orifice

Les Figure 3-11 et Figure 3-14 , démontrent qu'un écoulement qui provient d'une fente circonférentielle est un écoulement unidimensionnel. Tandis qu'un écoulement provenant d'un orifice est un écoulement bidimensionnel.

Les Figure 3-12 et Figure 3-15 montrent, une différence des profils de pressions entre les deux cas d'étude ce qui va engendrer une différence dans les valeurs de débit massique.

D'où la nécessité d'un facteur de correction pour corriger le débit calculé par les équations (3-20) et (3-21) des pertes de pression entre le point 4 et les points 5 et 7 sur la Figure 2-13.

Le calcul de débit massique est effectué de la manière suivante :

Le débit est donné par:

$$\dot{m} = \iint \rho \cdot \vec{V} \cdot \vec{dA} \quad (3-25)$$

En considérant l'écoulement comme un écoulement de poiseuille aux frontières du palier axial inférieur ou supérieur, le débit est :

$$\dot{m} = \frac{-Ph^3}{12\mu RT} \int grad(P) \cdot dl$$

[23](3-26)

où dl est l'arc B ou C sur la Figure 3-10.

Lorsque les pressions sont les mêmes aux frontières du palier axial inférieur ($P_5 = P_7$), le facteur de correction pour le palier axial annulaire est, $f_{correction} = 0,65$.

Gauthier [23] a fait un modèle qui prend en considération le fait qu'on a des pressions différentes aux rayons intérieurs et extérieurs. Ces modèles ne peuvent pas être appliqués sur notre prototype à cause du changement des dimensions. Notre travail est de refaire un autre modèle adapté à notre géométrie en s'inspirant de celui de Gauthier.

Pour un jeu h constant : $\frac{\dot{m}_{4-7}}{\dot{m}_{4-5}} = \frac{P_4^2 - P_7^2}{P_4^2 - P_5^2} \frac{\ln\left(\frac{r_4}{r_5}\right)}{\ln\left(\frac{r_7}{r_4}\right)}$

On peut définir deux ratios ψ et \mathcal{E} tels que :

$$\psi = \frac{P_4^2 - P_7^2}{P_4^2 - P_5^2} \quad (3-27)$$

$$\mathcal{E} = \frac{\ln\left(\frac{r_4}{r_5}\right)}{\ln\left(\frac{r_7}{r_4}\right)} \quad (3-28)$$

Soit le ratio $\eta = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{(\psi=1)}}$ avec $\dot{m}_{(\psi=1)} = \dot{m}^* \cdot f_{correction}$ lorsque $P_5 = P_7$ et \dot{m}^* est le débit massique idéal c'est à dire le débit qui provient d'une fente circonférentielle.

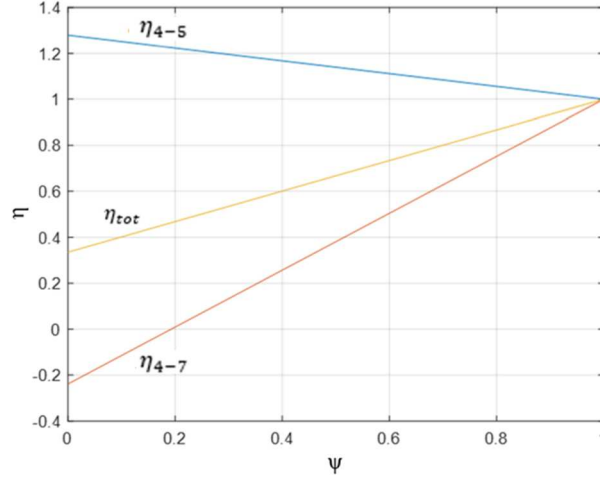


Figure 3-16 : Variation de η en fonction de ψ pour le palier axial inférieur

Les équations ci-dessous représentent les courbes de la Figure 3-16.

$$\eta_{4-5} = -0.2794 \psi + 1.2794 \quad (3-29)$$

$$\eta_{4-7} = 1.2386 \psi - 0.2386 \quad (3-30)$$

$$\eta_{tot} = 0.5397 \psi + 0.4603 \quad (3-31)$$

Afin de calculer la force exercée par le palier axial annulaire sur le rotor, il suffit d'intégrer le profil de pression sur la surface en prenant le débit réel et non pas le débit corrigé:

$$F_{palier\ annulaire} = F_{4-5} + F_{4-7} \quad (3-32)$$

où $F_{4-5} = \iint P_{4-5}(r) r dr d\theta$ et $F_{4-7} = \iint P_{4-7}(r) r dr d\theta$

$$P_{4-5}(r) = \sqrt{P_5^2 + 12\mu \frac{\dot{m}_{4-5} RT}{\pi h^3} \ln\left(\frac{r}{r_5}\right)} \quad (3-33)$$

$$P_{4-7}(r) = \sqrt{P_7^2 + 12\mu \frac{\dot{m}_{4-5} RT}{\pi h^3} \ln\left(\frac{r_7}{r}\right)} \quad (3-34)$$

Le même travail a été fait pour le palier circulaire et le facteur de correction est de 0,76.

❖ Passage 5-6/7-8 : pertes de pression aux expansions de sortie

Aux expansions de sortie les pertes de pression sont :

$$P_{T5} - P_{T6} = K_{exp}(P_{T5} - P_5) \quad (3-35)$$

$$P_{T7} - P_{T8} = K_{exp}(P_{T7} - P_7) \quad (3-36)$$

Le facteur d'expansion K_{exp} est déterminé par Lee [7], qui a fait une étude numérique sur les pertes de pression dues à l'expansion d'un écoulement qui rencontre une restriction.

$$K_{exp} = \frac{33.1458}{Re} \text{ pour } Re \leq 2 \quad (3-37)$$

$$K_{exp} = \frac{11.5711}{Re} + \frac{3.9264}{\ln(Re)} + \frac{4.8215}{\ln(Re)^2} + \frac{1.6422}{\ln(Re)^3} \text{ pour } 2 < Re < 100 \quad (3-38)$$

$$\text{avec : } Re = \frac{\dot{m} 2h}{A \mu}$$

Vu qu'après l'expansion de sortie, l'espacement entre le rotor et la partie statique devient plus important, la vitesse du fluide devient très faible (~ 0). Donc,

$$P_{T6} = P_6 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_6^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \text{ or } M_6 = \frac{V_6}{\sqrt{\gamma RT}} \sim 0 \text{ puisque } V_6 \sim 0 \text{ donc } P_{T6} = P_6$$

$$\text{De même pour } P_{T8}, P_{T8} = P_8 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_8^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \text{ or } M_8 = \frac{V_8}{\sqrt{\gamma RT}} \sim 0 \text{ et puisque } V_8 \sim 0 \text{ donc, } P_{T8} = P_8.$$

3.1.4 Comportement des paliers axiaux

Dans cette section le comportement des paliers axiaux inférieur et supérieur seront présentés. Il s'agit de varier la pression à l'entrée de chaque palier et de voir la variation du débit et de la force en fonction de la variation du jeu. Le but de cette étude est de déterminer la plage d'opération de chaque palier axial. L'air à température ambiante est utilisé comme fluide de travail. Les courbes de la Figure 3-17 et de la Figure 3-18 représentent les résultats trouvés.

Dans cette étude chaque palier axial est pris à part, c'est-à-dire quand on fixe une pression à l'entrée par exemple du palier axial inférieur, on n'a pas pris en compte le palier axial supérieur et vice versa. Les pressions « P_{in} » sur la Figure 3-17 sont les pressions à l'entrée du palier axial inférieur. Les pressions « P_{in} » sur la Figure 3-18 sont les pressions à l'entrée du palier axial supérieur.

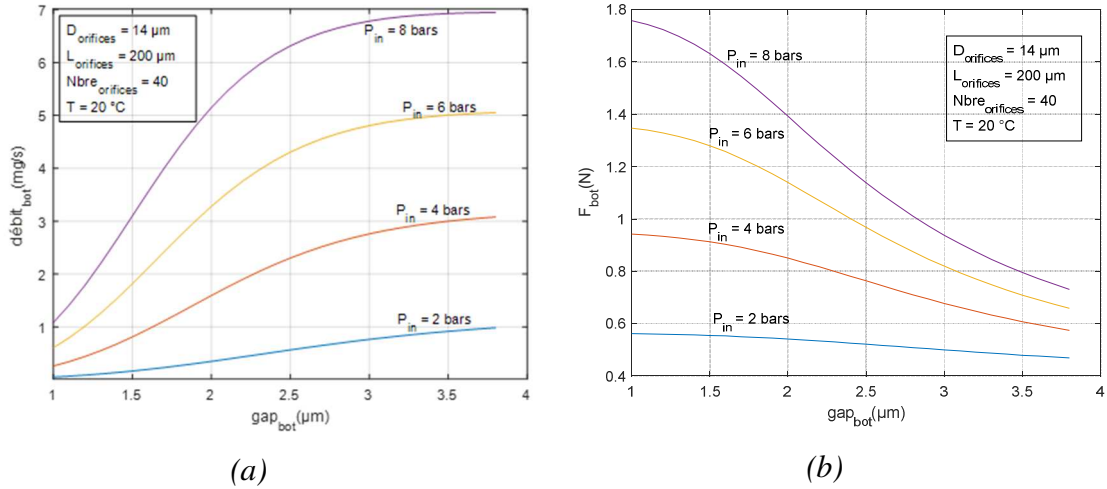


Figure 3-17 : Comportement du palier axial inférieur : (a) : débit ;(b) : force

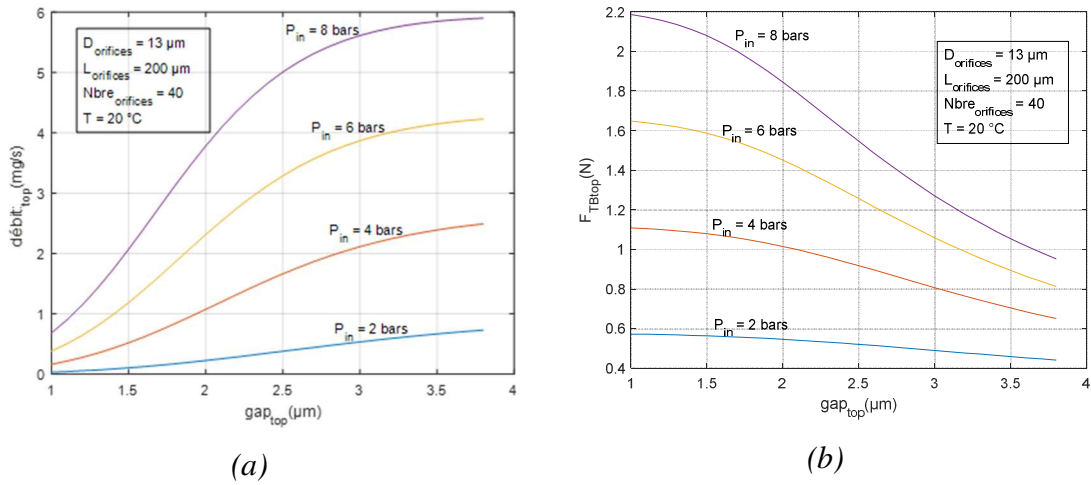


Figure 3-18 : Comportement du palier axial supérieur : (a) : débit ;(b) : force

L'analyse des courbes de la Figure 3-17 et de la Figure 3-18, montre l'augmentation du débit massique des paliers axiaux en augmentant soit les pressions à l'entrée, soit l'espacement entre le rotor et les paliers (jeu). Elle montre aussi une augmentation de la force en augmentant les pressions à l'entrée des paliers. Elle est maximale pour des jeux

minimaux. Cela est expliqué par le fait que lorsque le jeu est minimal, le rotor est très proche de la structure statique du bas ou du haut du dispositif donc le débit est réduit et les pertes de charge au travers les orifices sont faibles. Ceci augmente la pression à la sortie des orifices, ce qui augmente la force de pression axiale.

Finalement, afin de montrer les pertes de charge dominantes dans chaque palier, le Tableau 3-1 présente les pertes de charge dans chaque segment des paliers axiaux inférieur et supérieur pour des pressions fixes à l'entrée de 6 bars. Les paramètres géométriques sont les mêmes des Figure 3-17 et Figure 3-18.

Tableau 3-1: Pertes de charge dans chaque segment des paliers axiaux

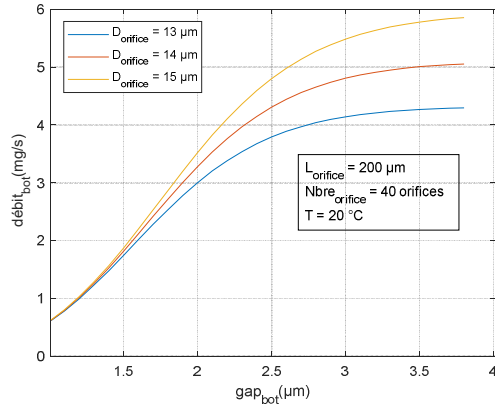
Pertes de charge	Palier axial inférieur	Palier axial supérieur
ΔP_{1-2}	1.59 bars	1.43 bars
ΔP_{2-3}	1,66 bars	1.54 bars
ΔP_{3-4}	0.26 bars	0,17 bars
ΔP_{4-5}	1.45 bars	1.72 bars
ΔP_{4-7}	1.45 bars	
ΔP_{5-6}	0.03 bars	0.13 bars
ΔP_{7-8}	0.03 bars	

3.1.5 Influence des paramètres géométriques sur le comportement des paliers axiaux

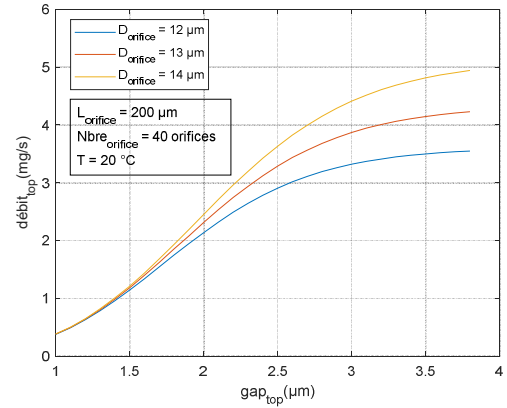
Cette partie, présente les résultats de la variation des paramètres géométriques sur le comportement des paliers axiaux supérieur et inférieur.

Diamètre des orifices

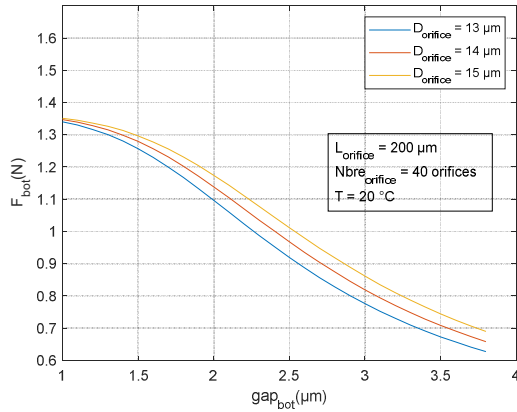
Cette section met le point sur l'effet de la variation du diamètre des orifices sur le comportement du palier axial. Le fluide de travail est de l'air à température ambiante avec une pression fixée à 6 bars à l'entrée du palier axial inférieur et du palier axial supérieur. La Figure 3-19 représente la variation du débit dans chaque palier axial en fonction du *jeu* pour trois diamètres différents.



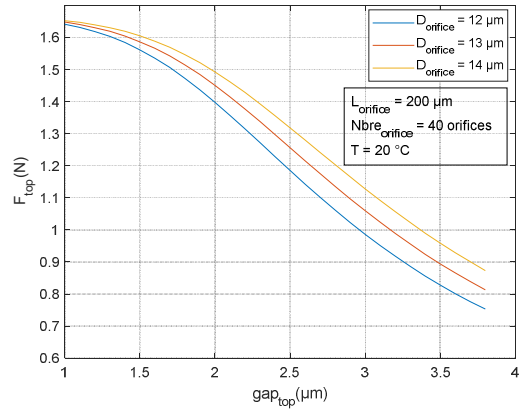
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 3-19 : Effet de la variation du diamètre des orifices sur : (a) : le débit dans le palier axial inférieur ; (b) : le débit dans le palier axial supérieur ; (c) : la force du palier axial inférieur ; (d) : la force du palier axial supérieur

L'analyse des courbes de la Figure 3-19, montre que le diamètre des orifices a une grande influence sur le comportement du palier axial pour des jeux supérieurs à 1.5 μm . On peut l'expliquer par le fait qu'à petit jeu la résistance fluidique à travers l'orifice n'est pas très importante par rapport à la résistance fluidique à travers le jeu.

Nombre des orifices

Cette section, présente l'étude de l'impact du bouchage des orifices sur le comportement du palier axial. Trois cas ont été étudiés : un premier cas avec un nombre total des orifices non bouchés (soit 40 orifices), un deuxième cas en bouchant 10 orifices et un troisième cas

en bouchant 15 orifices. La Figure 3-20 montre le résultat de cet exercice en fixant la pression à l'entrée des deux paliers axiaux à 6 bars et la température à 20 °C.

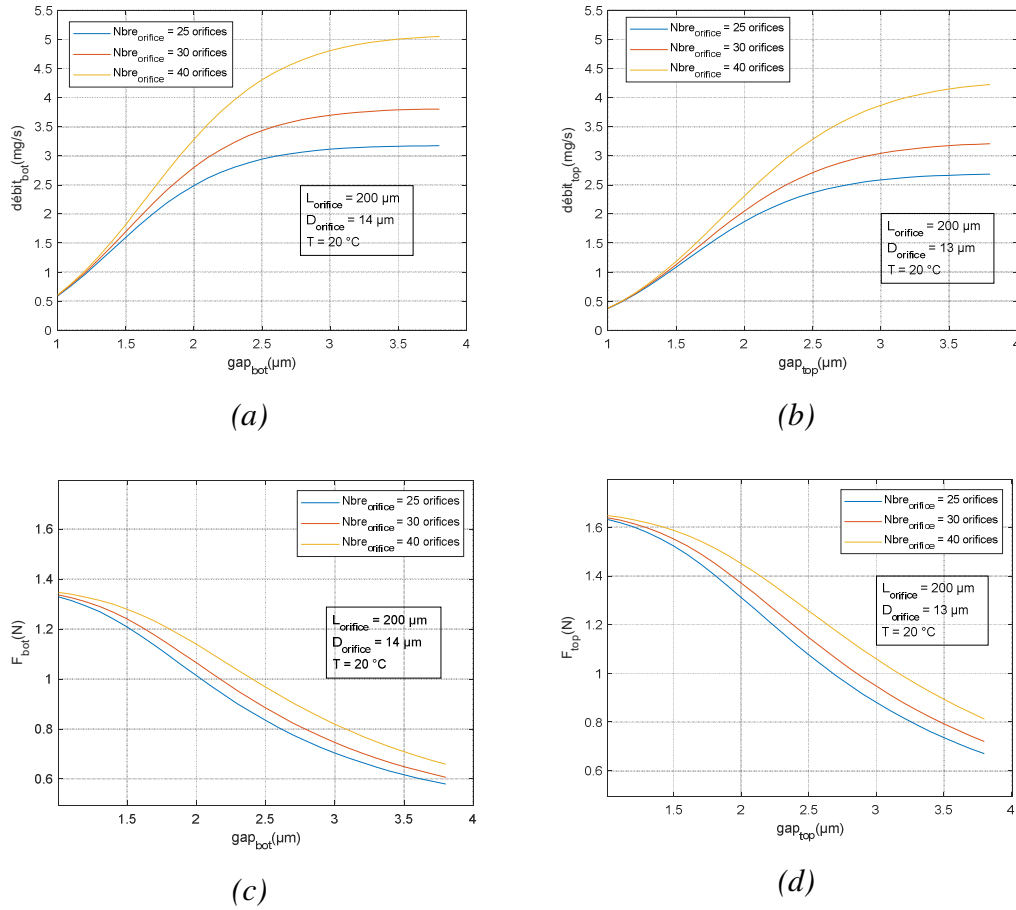


Figure 3-20 : Effet de la variation du nombre des orifices sur : (a) : le débit dans le palier axial inférieur ; (b) : le débit dans le palier axial supérieur ; (c) : la force du palier axial inférieur ; (d) : la force du palier axial supérieur

L'analyse des courbes de la Figure 3-20, montre que le nombre des orifices a une grande influence sur le comportement des paliers axiaux. Une diminution du nombre des orifices entraine une diminution du débit massique et de la force exercée par le palier axial. Cette diminution n'est considérable qu'à de grandes valeurs des *jeux*. À des faibles *jeux* (inférieurs à 1.5 μm), le nombre des orifices n'influence relativement pas le comportement des paliers axiaux.

Longueur des orifices

Afin d'étudier l'influence de la variation de la longueur des orifices sur le comportement des paliers axiaux, la pression à l'entrée de chaque palier axial est fixée à 6 bars avec trois longueurs soient 100 μm , 200 μm et 300 μm . Après la variation du débit massique est tracé en fonction de l'espacement entre le rotor et le palier. Ces graphes sont représentés sur la Figure 3-21.

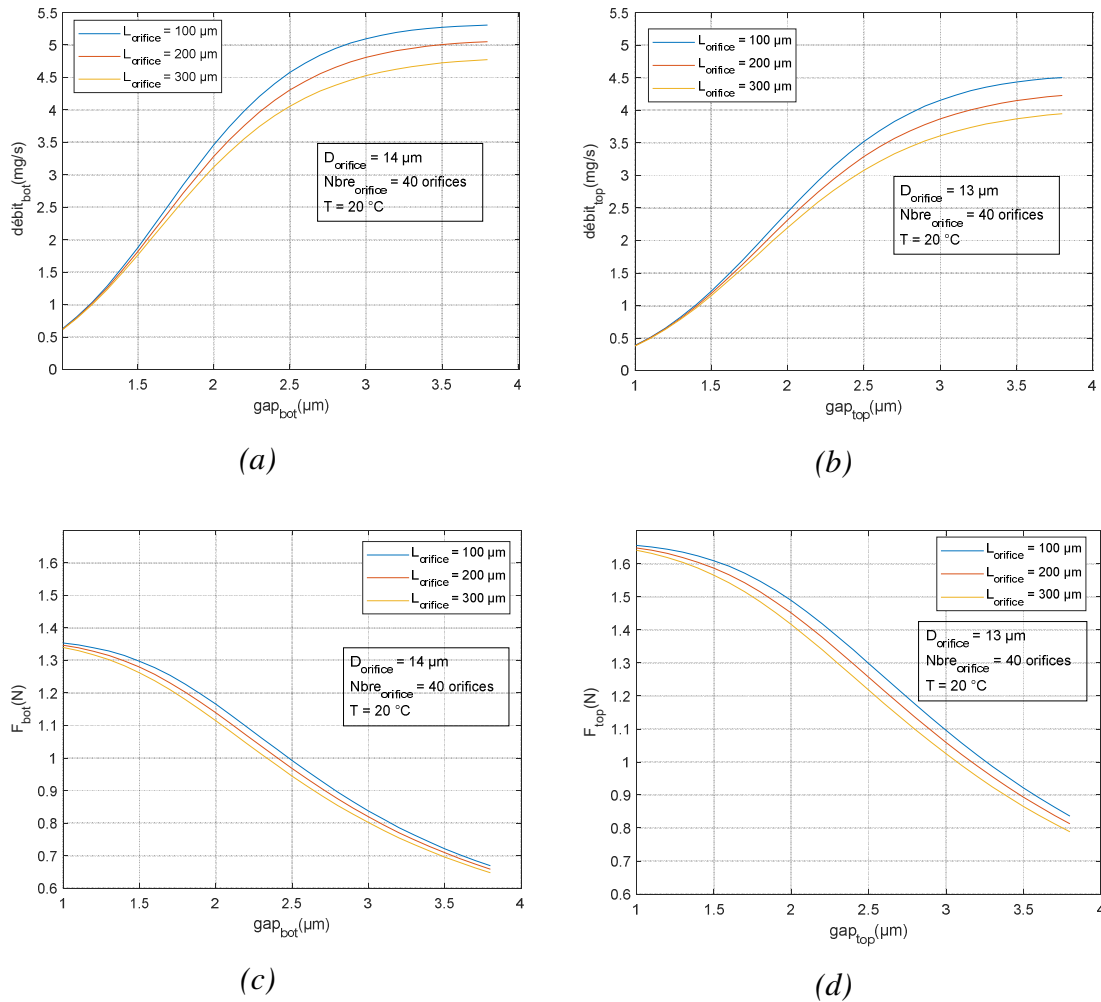


Figure 3-21 : Effet de la variation de la longueur des orifices sur : (a) : le débit dans le palier axial inférieur ; (b) : le débit dans le palier axial supérieur ; (c) : la force du palier axial inférieur ; (d) : la force du palier axial supérieur

L'analyse des courbes de la Figure 3-21 montre que l'augmentation de la longueur des orifices engendre une diminution du débit massique dans le palier et une diminution de la

force générée par le palier axial. Cela est expliqué par le fait que pour des grands *jeux* (supérieurs à $1.5 \mu\text{m}$), la résistance fluide à travers l'orifice est plus grande par rapport à celle à travers le *jeu*. Vu que la résistance fluide à travers l'orifice est proportionnelle à sa longueur. Donc, si la longueur d'orifice augmente sa résistance fluide va augmenter, ce qui engendre la diminution du débit.

3.1.6 Influence de la température du fluide de travail sur le comportement des paliers axiaux

Dans cette partie, l'air est utilisé comme fluide de travail mais cette fois ci, l'exercice est fait pour deux températures différentes afin d'évaluer l'influence de la température sur le comportement du palier axial.

La courbe de la Figure 3-22 représente la variation du débit dans le palier axial en fonction de la variation du *jeu* en fixant la pression à l'entrée de chaque palier axial à 6 bars.

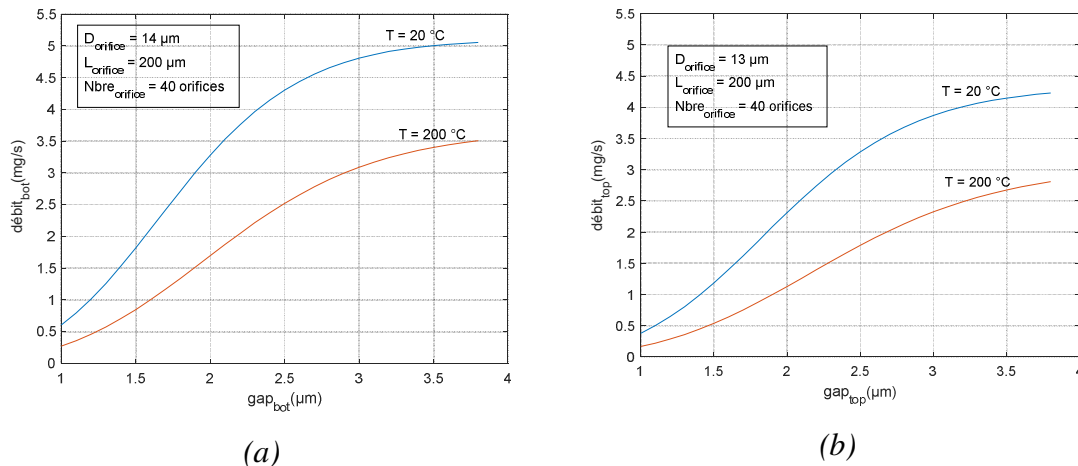


Figure 3-22 : Effet de la variation de la température : (a) : palier axial inférieur ; (b) : palier axial supérieur

L'analyse des courbes de la Figure 3-22, montre que l'augmentation de la température du fluide de travail engendre une diminution du débit dans le palier axial pour une pression donnée. Cette diminution peut être expliquée par le fait que le débit est proportionnel à la densité du fluide. Alors que la densité est inversement proportionnelle à la température. Donc une augmentation de la température va diminuer la densité, et par la suite elle va

diminuer le débit. Aussi le débit, d'après les modèles des paliers axiaux est inversement proportionnel à la viscosité dynamique et cette dernière augmente par l'augmentation de la température, ce qui contribue aussi à la diminution du débit en fonction de l'augmentation de la température.

3.1.7 Influence du fluide de travail sur le comportement des paliers axiaux

Pour voir l'influence du changement du fluide de travail sur le comportement des paliers axiaux, l'étude est faite pour deux fluides. Une première étude avec de l'air à une température de 20 °C et une deuxième avec de la vapeur d'eau à une température de 200 °C. Pour les deux cas la pression d'entrée des deux paliers axiaux est fixée à 6 bars. Les résultats sont représentés sur la Figure 3-23.

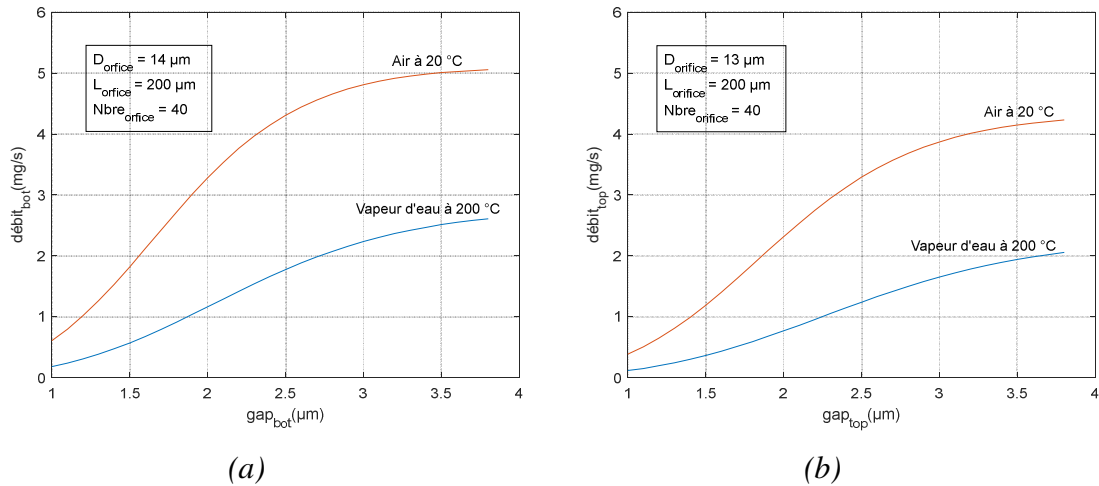


Figure 3-23 : Effet du changement du fluide de travail : (a) : palier axial inférieur ; (b) : palier axial supérieur

L'analyse des courbes de la Figure 3-23, montre que le comportement des paliers axiaux est presque le même pour les deux fluides de travail. La diminution de débit en allant de l'air à la vapeur d'eau peut être expliquée par le changement des propriétés thermodynamiques : le débit massique est proportionnel à la densité et cette dernière change d'un fluide à un autre. Pour l'air à une température $T = 20 \text{ °C}$ sa densité est $\rho_{\text{air}} = 1.2 \text{ kg/m}^3$ tandis que pour la vapeur d'eau à une température $T = 200 \text{ °C}$ sa densité est

$\rho_{vapeur} = 0.46 \text{ kg/m}^3$. Donc la densité de la vapeur diminue par rapport à celle de l'air et vu que le débit est proportionnel au débit selon l'équation de continuité ($\dot{m} = \rho AV$), ceci explique bien la diminution du débit en changeant l'air par la vapeur d'eau.

Par la suite, il s'est avéré que les modèles analytiques des paliers axiaux sont applicables pour n'importe quel fluide de travail. Cependant, dans la pratique il faut faire attention à la plage d'opération des paliers axiaux qui diffère d'un fluide à un autre. Par exemple, dans notre cas, pour une pression de 6 bars à l'entrée du palier axial inférieur et à *jeu* maximal (*jeu* = 3.8 μm) le débit est de 5 mg/s pour l'air à 20°C alors que ce débit est de 2.6 mg/s pour la vapeur d'eau à 200°C.

3.1.8 Le palier radial

Le palier radial est le même que celui étudié par Gauthier [23] tel qu'illustré par la Figure 3-24.

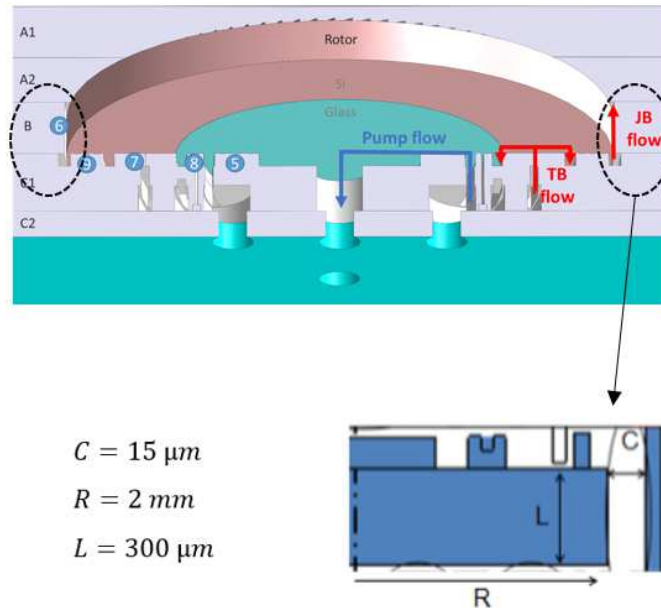


Figure 3-24 : Schématisation de la géométrie du palier radial [8] [10]

La force axiale exercée par le palier radial sur le rotor est calculée à partir de la contrainte de cisaillement, τ , causée par le frottement de l'écoulement fluide sur les parois latérales du rotor. Elle s'exprime comme suit:

$$F_{palier,radial} = \int \tau(\theta).d\theta.L.\frac{D_{rotor}}{2}$$

Où τ : cisaillement et θ : angle de la discrétisation angulaire.

En évaluant cette force, on constate qu'elle est faible ($\sim 10^{-4}$ N) par rapport aux autres forces exercées sur le rotor ($\sim 10^{-1}$ N à 1 N). Donc cette force sera négligée.

3.1.9 Les joints d'étanchéités

La microturbopompe de deuxième génération comprend deux types de joints d'étanchéité : joint annulaire et joint *Herringbone*.

Joint annulaires

La microturbopompe comporte deux joints annulaires. Le premier est pour séparer l'entrée de la turbine de la sortie du palier axial supérieur et il se trouve entre $r_{int} = 1140 \mu m$ et $r_{ext} = 1390 \mu m$. Le deuxième est pour séparer l'entrée du palier radial de la sortie du palier axial inférieur et il se trouve entre $r_{int} = 1720 \mu m$ et $r_{ext} = 1970 \mu m$. La Figure 3-25 représente une schématisation du joint annulaire. La largeur des bosses est $25 \mu m$ et la largeur des rainures est $50 \mu m$. La profondeur des rainures est de $4,5 \mu m$ pour le joint inférieur et de $80 \mu m$ pour le joint supérieur.

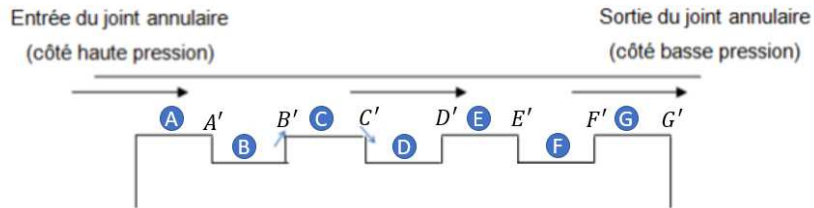


Figure 3-25 : Schématisation du joint annulaire

Les équations de l'écoulement dans le joint annulaire sont représentées en détail dans l'annexe C.

La modélisation est basée sur les modèles d'un écoulement radial pour toutes les sections (de A à G) en tenant compte des expansions (A', C', E', G') et des contractions (B', D', F')

lors du changement de section de passage du fluide. Pour les modèles d'un écoulement radial, les hypothèses suivantes sont considérées :

- Écoulement compressible
- Écoulement laminaire ($Re < 100$)
- Écoulement développé

Nos modèles aussi sont basés sur les équations suivantes :

- Équation des gaz parfaits : $P = \rho RT$
- Équation de continuité : $\dot{m} = \rho AV$
- Expression de la pression totale : $P_T = P(1 + \frac{(\gamma-1)}{2} M^2)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$
- Expression du nombre de Mach : $M = \frac{V}{\sqrt{\gamma RT}}$

Pour trouver la différence de pression dans le joint, il suffit de fixer la pression d'entrée et de calculer la pression à la sortie en utilisant les modèles de l'annexe C. On itère sur la valeur de débit et le calcul converge lorsque la pression à la sortie correspond à celle voulue. Après, les variations de débit et de la force exercée sur le rotor sont tracées en fonction de la différence de pression dans le joint. Le même travail est fait pour le joint supérieur et celui de dessous. Les courbes de la Figure 3-26 et de la Figure 3-27 représentent les résultats de cette étude.

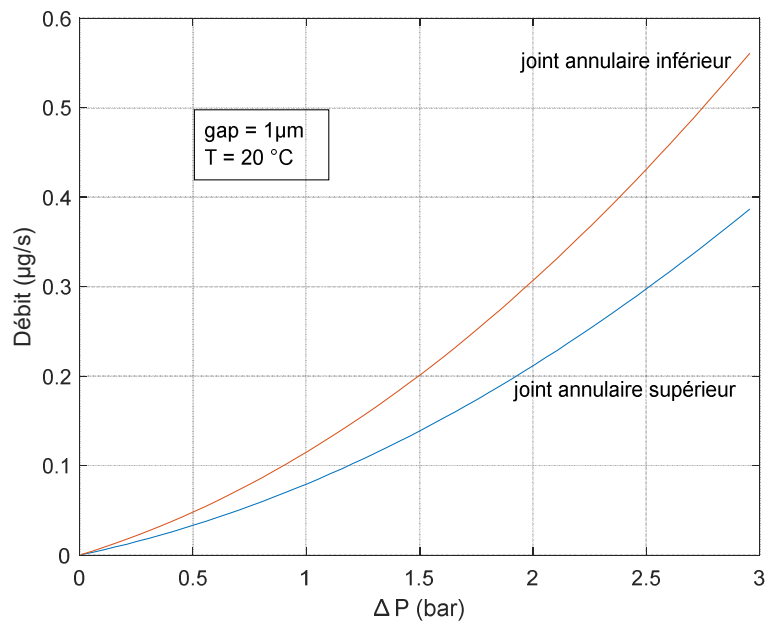


Figure 3-26 : Variation du débit en fonction de la différence de pression dans les joints annulaires inférieur et supérieur

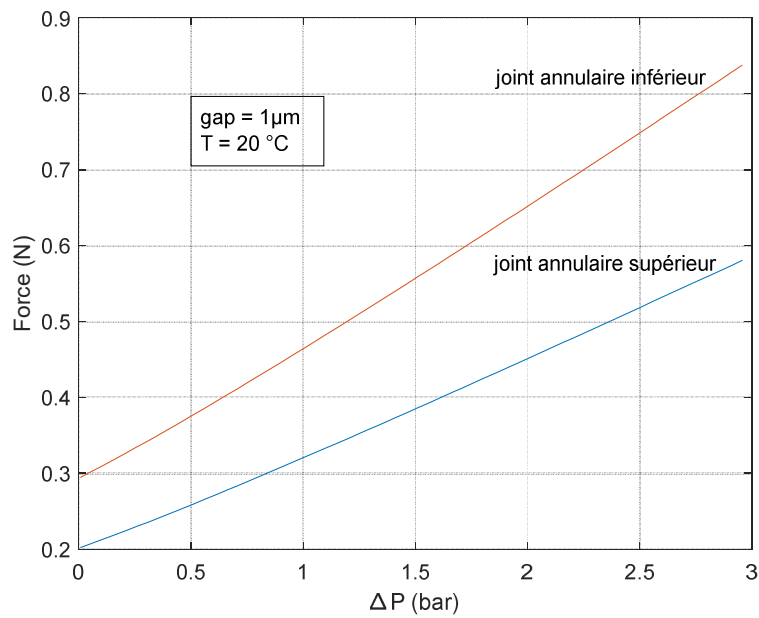


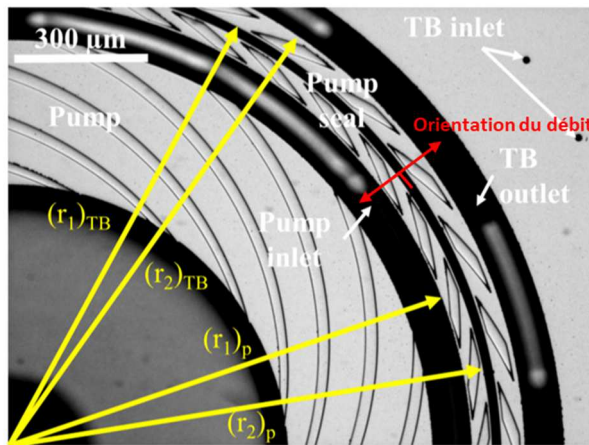
Figure 3-27 : Variation de la force en fonction de la différence de pression dans les joints annulaires inférieur et supérieur

L'analyse des courbes des Figure 3-26 et Figure 3-27, montre qu'en augmentant la différence de pression à travers les joints, le débit augmente. En contrepartie elle montre que les forces exercées par les joints sur le rotor sont considérables en les comparant à celles exercées par les autres composantes. Elle montre aussi une différence entre le débit et la force pour les deux joints annulaires supérieur et inférieur. Celui de dessous fuit plus de débit et exerce plus de force que celui de dessus. Cette différence est expliquée par le fait que les deux paliers n'ont pas les mêmes dimensions.

Joint *Herringbone*

Ce joint est utilisé pour assurer l'étanchéité entre le palier axial inférieur et la pompe. Il permet à la fois d'empêcher le gaz d'aller du palier vers la pompe et le liquide d'aller de la pompe vers le palier.

La modélisation des joints d'étanchéité *Herringbone* (Figure 3-28) est similaire à celle utilisée pour la pompe.



$$\begin{aligned} \text{Côté pompe : } r_1 &= 1000 \mu\text{m} \\ r_2 &= 1060 \mu\text{m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Côté TB : } r_1 &= 1070 \mu\text{m} \\ r_2 &= 1120 \mu\text{m} \end{aligned}$$

Figure 3-28 : Image au microscope du joint d'étanchéité *Herringbone* [10]

Afin de voir le comportement du joint *Herringbone*, la variation de la différence de pression est tracée en fonction du débit comme l'illustre la Figure 3-29. La vapeur surchauffée à 200 °C est utilisée comme fluide de travail. À une vitesse de rotation $\Omega = 100$ kRPM, le débit maximal dans le joint est 0.014 mg/s.

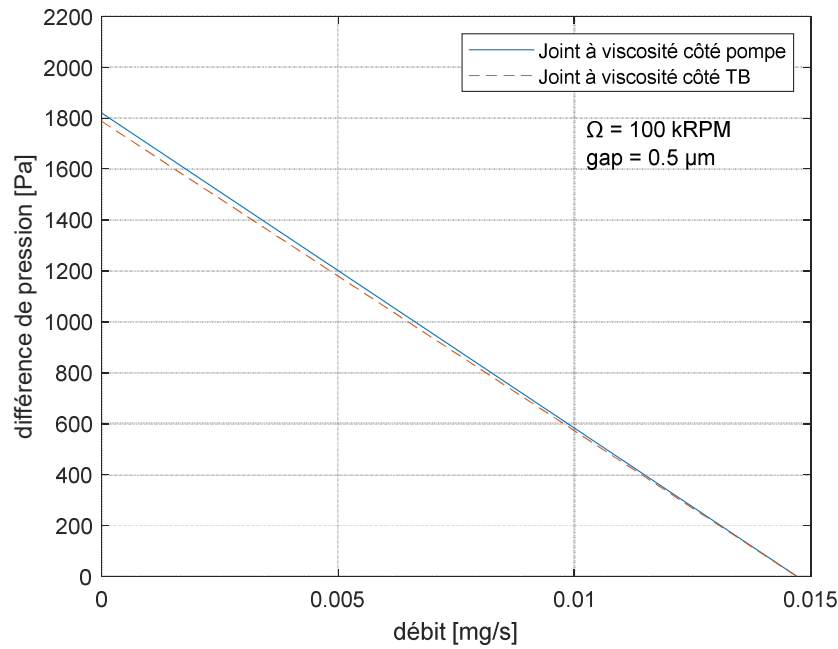


Figure 3-29 : Variation de la différence de pression en fonction du débit pour le joint Herringbone

Ensuite la force, exercée par ce joint sur le rotor, a été évaluée. On a trouvé que cette force est négligeable par rapport aux forces exercées sur le rotor puisqu'après évaluation, la force est de l'ordre de $\sim 10^{-4}$ N.

3.2 Équilibre axial du rotor

Après avoir étudié chaque composante de la microturbopompe, dans cette section le système global sera étudié en intégrant toutes les composantes. Le but est de manipuler toutes les forces agissant sur le rotor pour garder son équilibre axial.

Ici, il suffit de faire la sommation de toutes les forces de dessus et de dessous ainsi que la force axiale du palier radial. Donc à l'équilibre :

$$\vec{F}_{axial,tot} = \sum \vec{F}_{axial,composante} = 0$$

$$\vec{F}_{axial,tot} = \vec{F}_{TB,Top} + \vec{F}_{TB,Bot} + \vec{F}_{Turbine} + \vec{F}_{Pompe} + \vec{F}_{Joints} + \vec{F}_{JB} = 0$$

Puisque plusieurs forces dépendent de la position axiale du rotor, l'approche consiste à calculer les forces pour différentes positions et trouver la position pour laquelle les forces s'annulent.

3.2.1 Détermination de la position axiale du rotor

Vu la difficulté de mesurer le déplacement du rotor en pratique, il est important de trouver une manière facile et fiable pour le déterminer analytiquement. L'idée est de faire des graphes permettant de déterminer la position axiale du rotor pour des pressions d'alimentation fixes des deux paliers axiaux. Pour cela l'étude suivante a été faite :

- À chaque fois une pression est fixée à l'entrée du palier axial inférieur ($P_{in_{bot}}$) et le débit est calculé dans ce palier ($débit_{bot}$), à chaque variation de la pression d'entrée du palier axial supérieur ($P_{in_{top}}$) pour déplacer le rotor.
- L'étude est répétée pour des pressions dans le palier inférieur fixées à 4 bars, à 6 bars et à 8 bars.
- Dans ce cas seulement les paliers axiaux sont alimentés avec de l'air à une température de 20 °C et les sorties sont à l'atmosphère. Toutes les autres pressions agissant sur le rotor étaient nulles.

Les courbes de la Figure 3-30 représentent les résultats.

Afin de faciliter la tâche pour l'expérimentateur, pour chaque pression du palier axial inférieur la courbe du *jeu* entre le rotor et le palier axial inférieur est tracée en fonction de la pression dans le palier axial supérieur. La Figure 3-31 représente la variation du *jeu* inférieur en fonction de la pression du palier axial supérieur pour une pression fixe dans le palier axial inférieur de 4 bars, 6 bars et 8 bars.

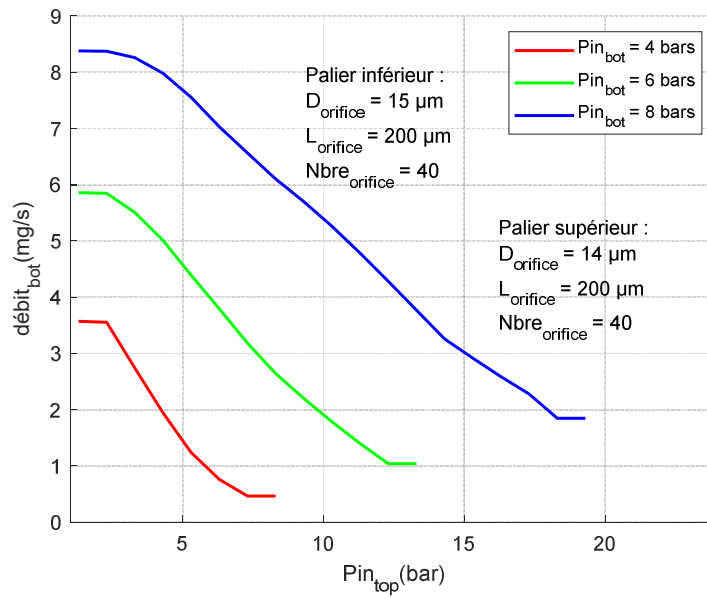


Figure 3-30 : Variation du débit dans le palier inférieur en fonction de la variation de la pression d'entrée du palier supérieur

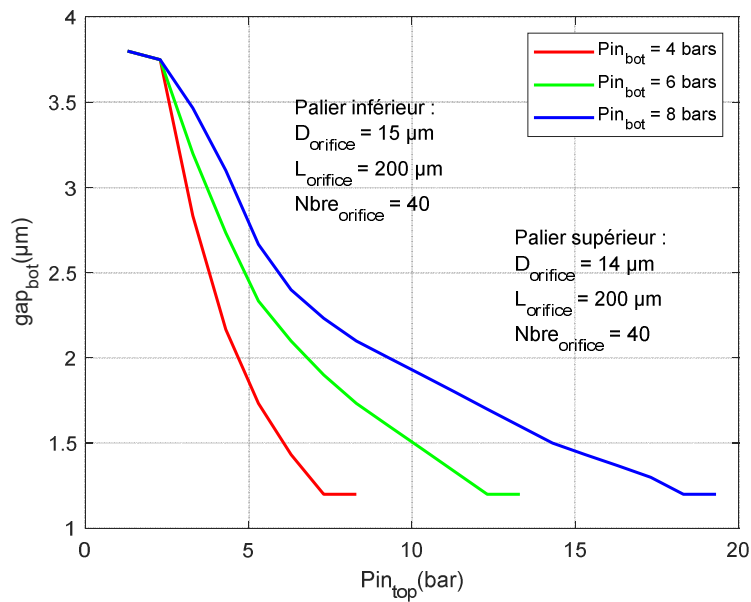


Figure 3-31: Variation du jeu entre le palier inférieur et le rotor en fonction de la variation de la pression d'entrée du palier supérieur

Pour une pression fixe à l'entrée du palier inférieur, à basse pression à l'entrée du palier supérieur, le rotor est totalement plaqué sur la structure statique supérieure de la

microturbopompe. L'espacement entre le rotor et la structure statique inférieure est maximal ($gap_{bot,max} \approx 3,8 \mu m$) d'où vient le petit plateau dans la courbe qui représente le débit maximal circulant dans ce jeu. En augmentant la pression dans le palier supérieur et en gardant une pression fixe dans le palier inférieur, le jeu inférieur diminue jusqu'à une valeur minimale ($gap_{bot,min} \approx 1 \mu m$). Cela est expliquée par le fait que le rotor se déplace ce qui entraîne par la suite une diminution du débit jusqu'à une valeur minimal et le rotor devient totalement plaqué sur la structure statique inférieure.

Maintenant, pour déterminer la position axiale du rotor, il suffit de prendre la valeur du jeu_{bot} qui correspond à la pression désirée. Notre programme Matlab permet de déterminer cette valeur directement.

L'étude ici est faite avec de l'air à 20 °C, en utilisant le code Matlab plusieurs courbes similaires à celle de la Figure 3-30, peuvent être tracées, pour des températures et des pressions différentes. À titre d'exemple la variation du débit est tracée en fonction de la pression du palier supérieur pour trois températures soient 20 °C, 100 °C et 150 °C en fixant la pression dans le palier inférieur à 6 bars (Figure 3-32).

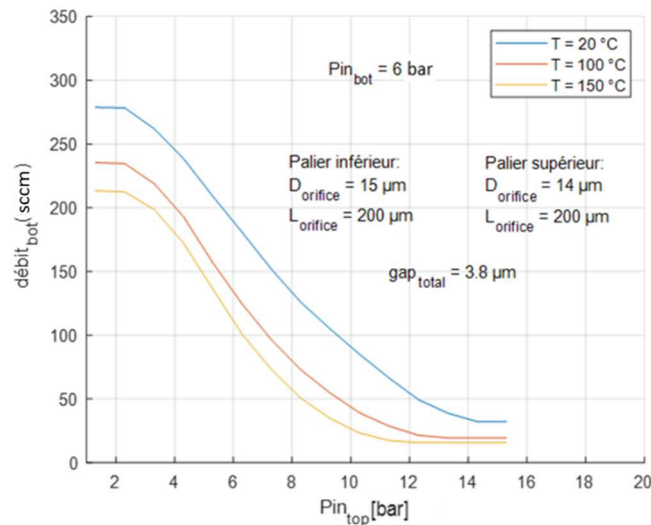


Figure 3-32: Débit dans le palier inférieur en fonction de la pression dans le palier supérieur pour températures différentes

L'analyse des courbes de la Figure 3-32, montre que l'allure de la courbe est la même pour les trois températures mais elle montre une diminution dans le débit. Cette dernière est

expliquée par le fait que le débit est inversement proportionnel à la viscosité. La viscosité de l'air dépend de la température et elle augmente quand la température augmente ce qui augmente les pertes visqueuses provoquant ainsi la diminution du débit. Elle peut aussi être expliquée par la diminution de la densité vu que la densité est inversement proportionnelle à la température et le débit est proportionnel à la densité.

La même étude est refaite mais en utilisant cette fois-ci de la vapeur à 200 °C (Figure 3-33).

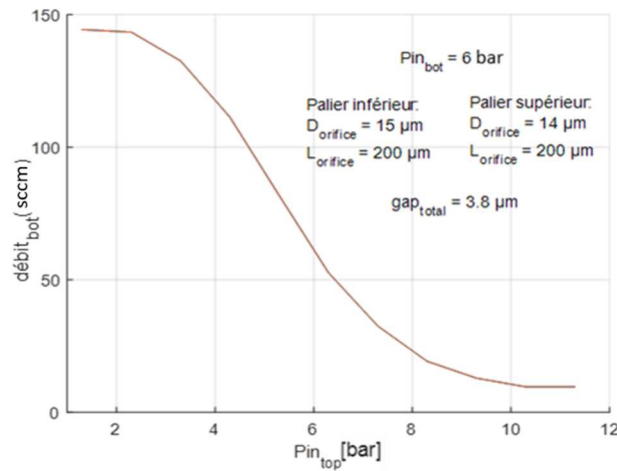


Figure 3-33 : Variation du débit dans le palier inférieur en fonction de la variation de la pression d'entrée du palier supérieur en utilisant la vapeur d'eau comme fluide de travail

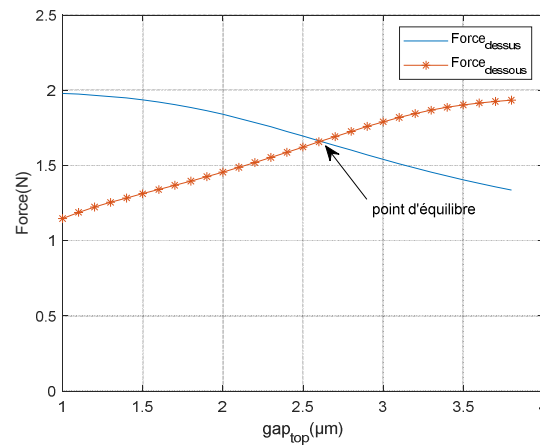
L'analyse de la courbe de la Figure 3-33, montre que le changement du fluide de travail n'a pas affecté le comportement des paliers axiaux (tendances de la courbe). Les débits sont plus faibles pour la vapeur d'eau à cause du changement des propriétés thermodynamiques.

3.2.2 Équilibre des forces agissant sur le rotor

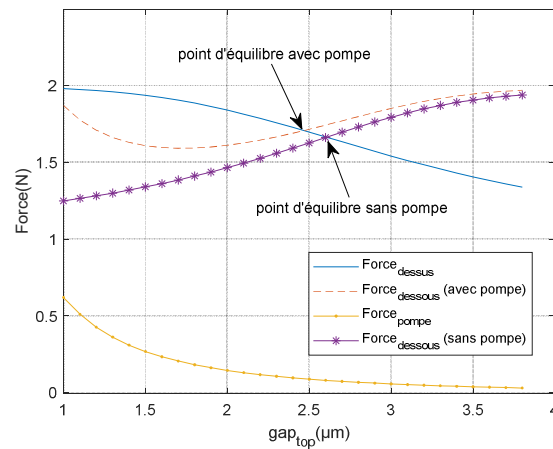
Dans cette section, on cherche à trouver la position axiale du rotor en tenant compte de la présence de toutes les autres composantes de la microturbine soient la pompe, les paliers axiaux, le palier radial, la turbine, les joints annulaires et le joint Herringbone. Pour cela, les pressions dans les paliers axiaux inférieur et supérieur sont fixées à $P_{in_Bot} = 6$ bar et $P_{in_Top} = 5$ bar, respectivement. La vitesse de rotation dans la turbine est fixée à 100 kRPM. Toutes les sorties sont à l'atmosphère.

Remarque : les valeurs des pressions d'entrée dans cette section sont à titre d'exemples. Le code de calcul sur Matlab présenté en Annexe permet de changer ces valeurs pour trouver de nouveau le point d'équilibre pour d'autres pressions.

Dans cette étude, le fait que la force dans la pompe varie en fonction du débit d'eau, a été pris en considération. La force est maximale lorsque la différence de pression est maximale (le débit massique est nul). Alors que la force est minimale lorsque le débit est maximal ($dP=0$ Pa). La Figure 3-34 représente les résultats pour les deux cas : pour un débit nul dans la pompe (soit la force est maximale) et pour un débit maximal (soit la force est minimale).



(a)



(b)

Figure 3-34 : Équilibre des forces sur le rotor : pompe avec de l'eau (sorties à l'atmosphère) : (a) le débit est maximal ($dP=0$ Pa) ; (b) le débit est minimal ($\dot{m} = 0$ mg/s)

L'analyse des courbes de la Figure 3-34, montre que pour une force minimale de la pompe le rotor est équilibré avec une distance de $2.6\text{ }\mu\text{m}$ par rapport à la partie statique supérieure. Cette distance est diminuée à $2.45\text{ }\mu\text{m}$ et le rotor retrouve de nouveau sa position d'équilibre lorsqu'on a pris une force maximale de la pompe.

Pour une vitesse de 100 kRPM, la rigidité axiale est de 138 kN/m pour un déplacement de $0.25\text{ }\mu\text{m}$.

CHAPITRE 4 VALIDATION DES MODÈLES

ANALYTIQUES

Pour valider les modèles analytiques des différentes composantes de la microturbopompe de deuxième génération, en particulier les paliers axiaux, ils seront comparés aux mesures expérimentales effectuées par Amrid Amnache [10].

Ce chapitre expose une description du banc de test en premier lieu. Après, les résultats analytiques et expérimentaux seront comparés pour valider nos modèles.

4.1 Banc de test

Le banc d'essai utilisé pour la caractérisation expérimentale de la microturbopompe de 2^{ème} génération est représenté sur la Figure 4-1. Il comporte essentiellement les éléments suivants :

- Un réservoir d'air comprimé pour alimenter la turbine et les paliers hydrostatiques à gaz.
- Un réservoir d'eau pour alimenter la pompe.
- Trois éléments chauffants électriques avec des contrôleurs de température pour contrôler la température de l'écoulement dans la turbine, les paliers axiaux et le palier radial.
- Trois régulateurs de pression manuels pour le contrôle de la pression dans la turbine, les paliers axiaux et le palier radial.
- Cinq régulateurs de débit massique (*MKS Instruments 1179A*), pour contrôler le débit dans chaque composante de la microturbopompe.
- Quatre électrovannes (*Hanbay MPA*) pour contrôler finement le débit.
- Un capteur de pression à huit entrées (*Scanivalve Zoc17IP/8PX-APC*) pour la mesure de pression.
- Un débitmètre à haute résolution (*Sensirion ASL 1430-24, 0.3 ml/min*) pour mesurer le débit d'eau fourni par la pompe.
- Une sonde optique (*Philtec RC20 DC-100 kHz*) pour mesurer la vitesse de rotation du rotor.

- Un système d'acquisition et de contrôle des données (NI CompactRIO-9074) pour collecter les mesures et les afficher en temps réel sur l'écran de l'ordinateur à l'aide du logiciel *Labview*.

Pour les mesures expérimentales, la microturbine est fixée sur le banc de test à l'aide d'un support conçu par Amnache. Ce support est fabriqué en acier inoxydable et il permet la connexion de la microturbopompe à la tuyauterie du banc de test. La thèse d'Amnache [10] contient plus de détails sur le banc de test et le support de la microturbine.

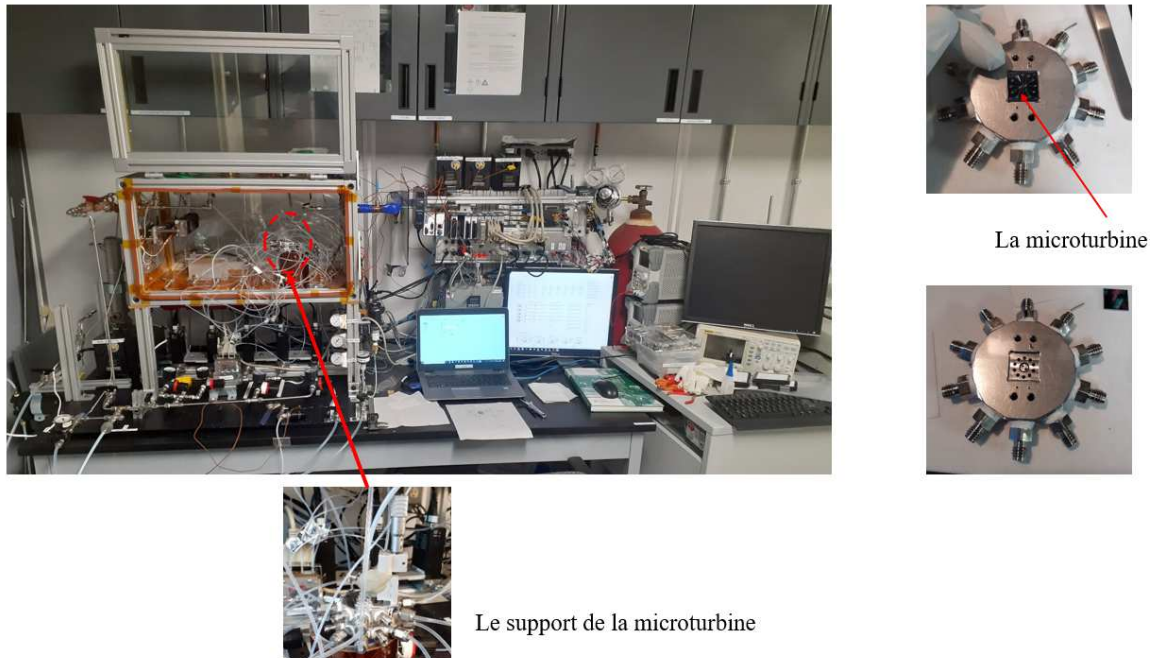


Figure 4-1 : Banc de test de la microturbopompe de 2^{ème} génération [10]

4.2 Validation expérimentale des modèles des paliers axiaux

4.2.1 1^{ère} série de mesures

Dans un premier lieu, une comparaison des résultats analytiques avec les résultats expérimentaux de la caractérisation effectuée par Amnache, a eu lieu.

La Figure 4-2 représente les résultats pour des pressions de 6 bars et de 8 bars dans le palier inférieur.

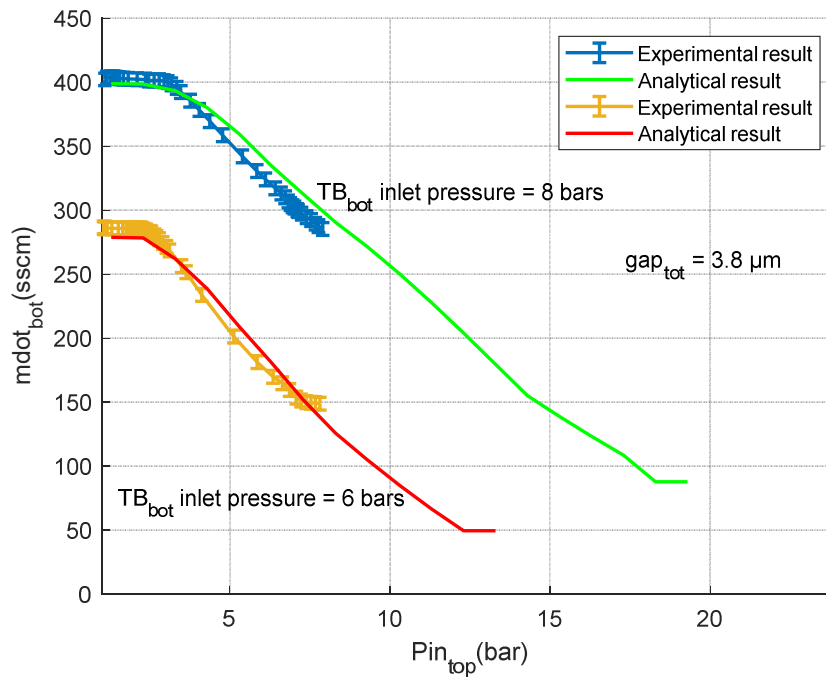
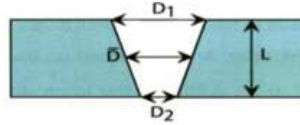


Figure 4-2 : Variation du débit massique dans le palier inférieur en fonction de la pression du palier supérieur pour deux pressions fixes dans le palier inférieur (échantillon 1)

L'analyse des courbes de la Figure 4-2, montre que les résultats analytiques et expérimentaux concordent bien. Une bonne concordance des résultats pour des faibles pressions dans le palier supérieur. Puis, le rotor commence à descendre en augmentant la pression dans le palier axial supérieur et en gardant toujours une pression fixe dans celui de dessous. Analytiquement, un jeu minimal entre le rotor et le palier inférieur est atteint à 18.3 bars dans le palier supérieur pour une pression fixe dans le palier axial inférieur de 8 bars et à 12.3 bars pour une pression fixe dans le palier axial inférieur de 6 bars. On n'a pas pu atteindre cette valeur dans la pratique puisque le banc de test ne permet pas d'aller plus que 8 bars en pression dans le palier axial supérieur. La petite différence entre les deux courbes en ce qui concerne les pentes des droites inclinées peut être expliquée comme suit :

- Les modèles analytiques des paliers axiaux supposent un jeu constant en négligeant tout inclinaison du rotor.

- Les modèles ne prennent pas en compte les effets de non-uniformité géométrique des orifices. À cause des techniques de microfabrication les orifices prennent une forme conique. Donc le diamètre de l'orifice dépend de sa longueur (Figure 4-3).



$$D(x) = \frac{2\bar{D}}{\sqrt{AR} + 1} + 2\left(\frac{\bar{D}}{L}\right)\left(\frac{\sqrt{AR} - 1}{\sqrt{AR} + 1}\right)x$$

$$\bar{D} = (D_1 + D_2)/2$$

$$AR = \sqrt{D_2 / D_1}$$

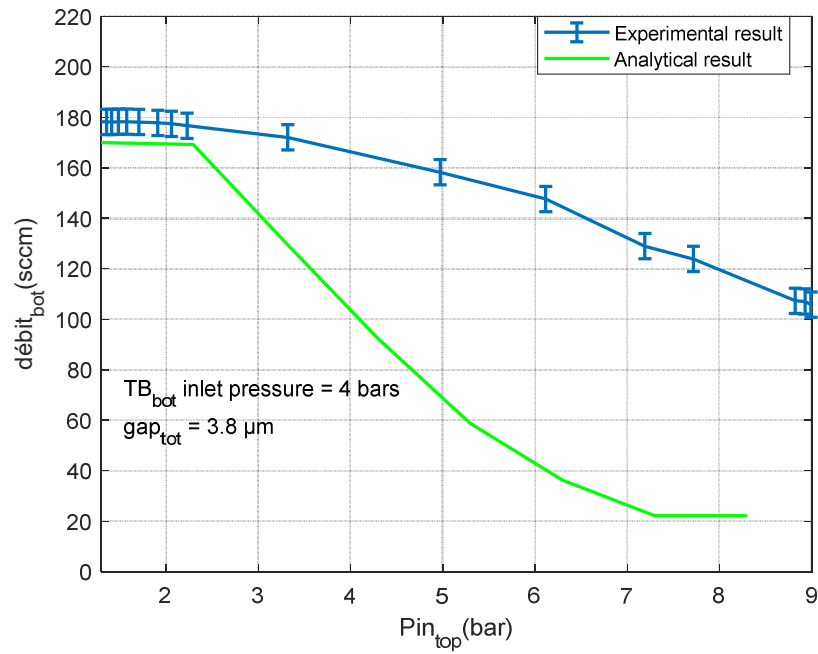
Figure 4-3 : Forme réelle des orifices des paliers axiaux

- Les modèles sont limités aux paliers hydrostatiques dont les orifices sont situés au même endroit radial donc ils ne sont pas applicables dans le cas où plusieurs entre eux sont bouchés.
- Les modèles supposent un espacement entre le rotor et les paliers axiaux inférieur et supérieur constant sans prendre en compte les inclinaisons du rotor.

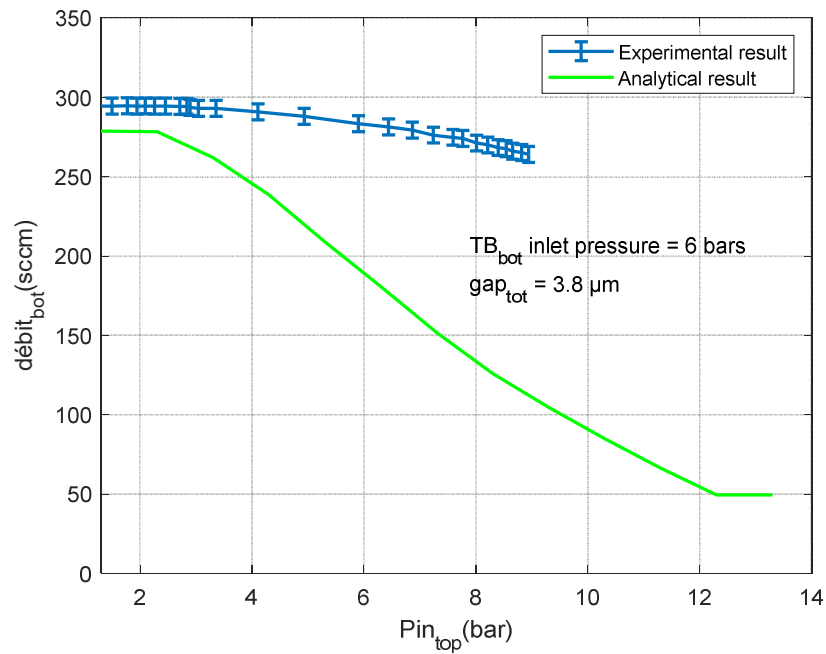
4.2.2 2^{ème} série de mesures

Les mêmes mesures effectuées dans la partie précédente sont effectuées en imposant les mêmes conditions mais sur un autre échantillon de microturbopompe de 2^{ème} génération [28].

La Figure 4-4 montre les résultats pour deux pressions différentes dans le palier axial inférieur (4 bars et 6 bars).



(a)



(b)

Figure 4-4 : Variation du débit massique dans le palier inférieur en fonction de la pression du palier supérieur pour deux pressions fixes dans le palier inférieur (échantillon 2) : (a) pression de 4 bars dans le palier inférieur ; (b) pression de 6 bars dans le palier inférieur

L'analyse des courbes de la Figure 4-4, montre la non concordance des résultats analytiques et expérimentaux.

Autant pour une pression $P_{TBbot} = 4$ bars que $P_{TBbot} = 6$ bars, les résultats expérimentaux coïncident avec les résultats analytiques pour des pressions faibles dans le palier supérieur. Le modèle analytique donne une bonne approximation du débit maximal dans le palier inférieur (le rotor est totalement plaqué sur la surface du palier supérieur). Quand le rotor commence à bouger en augmentant la pression dans le palier supérieur, une divergence est constatée entre les résultats du modèle et ceux de l'expérience. Ce phénomène peut être expliqué par la présence des particules, issues de la fabrication, dans le jeu entre le rotor et le palier inférieur ce qui inhibe le rotor de descendre plus et s'approcher de la structure statique inférieure. La variation du diamètre des orifices ou des orifices bouchés peuvent être la cause de ce phénomène aussi.

Afin d'identifier des explications possibles pour la divergence des résultats, une étude de l'influence des paramètres géométriques sera menée. Pour cela, à chaque fois qu'on varie un paramètre, on laisse les autres inchangés.

Effet de variation du nombre des orifices

Des orifices bouchés peuvent impacter le comportement des paliers axiaux. Donc, il est utile d'étudier l'influence de la variation du nombre d'orifices.

Tous les paramètres pour une pression à l'entrée du palier axial inférieur de 6 bars sont gardés et à chaque fois le nombre des orifices des paliers axiaux est changé. La Figure 4-5 représente les résultats de cet exercice.

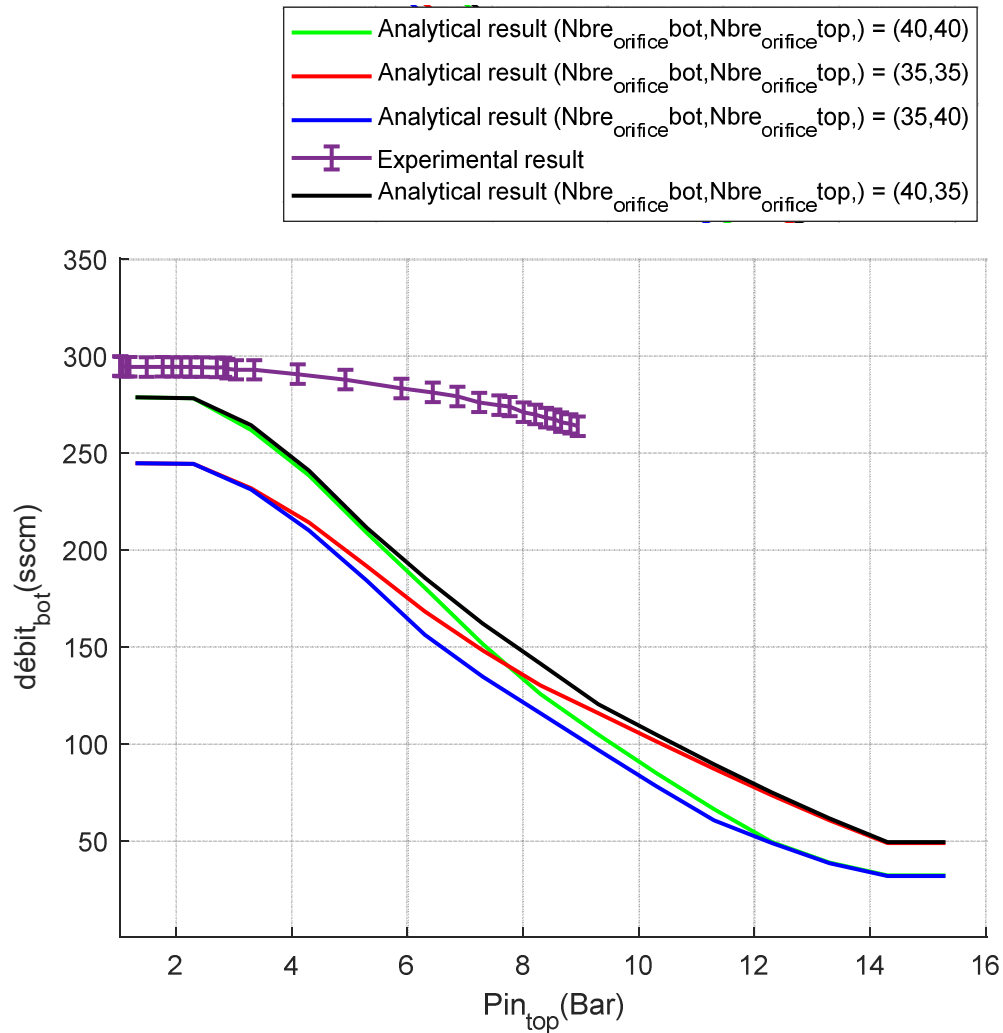


Figure 4-5 : Effet du changement du nombre des orifices

L'analyse des courbes de la Figure 4-5, montre que le nombre d'orifices du palier axial inférieur contrôle le niveau supérieur de la courbe alors que le nombre des orifices du palier supérieur contrôle le niveau inférieur de la courbe. D'autre part, la diminution du nombre des orifices translate la courbe vers le bas.

Effet de la longueur des orifices

Le même travail a été refait pour une pression à l'entrée du palier axial inférieur de 6 bars en gardant tous les paramètres et en changeant la longueur des orifices des deux paliers axiaux. La Figure 4-6 représente les résultats de cette étude.

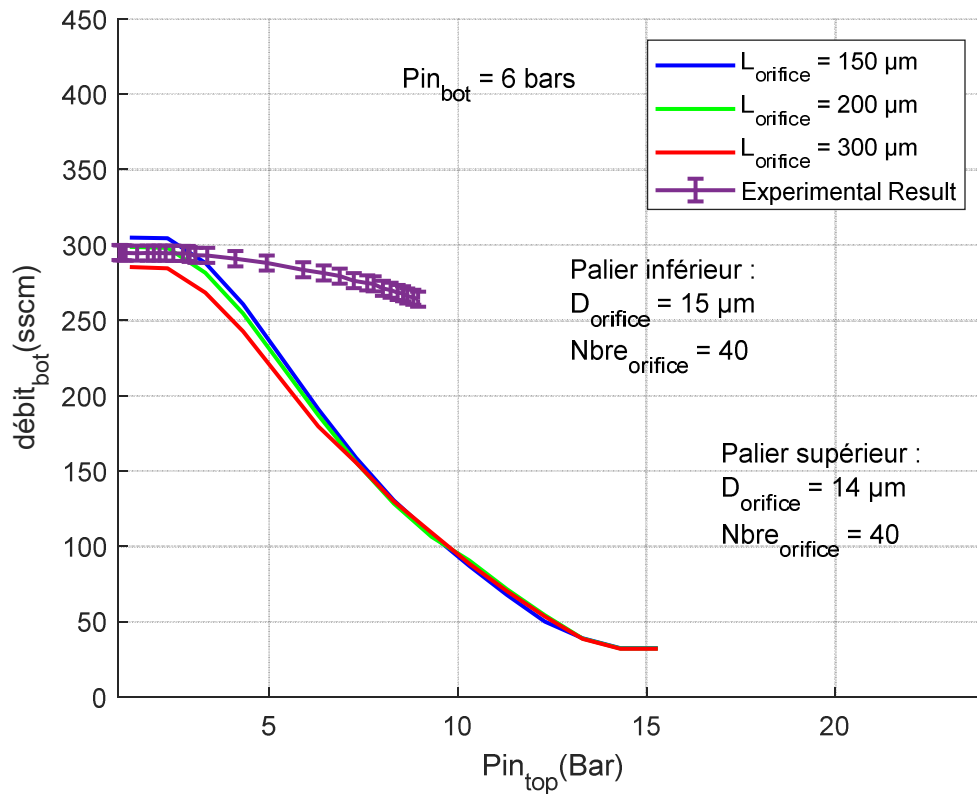


Figure 4-6 : Effet du changement de la longueur des orifices

L'analyse des courbes de la Figure 4-6, montre que l'augmentation de la longueur des orifices permet de translater la courbe vers le bas.

Effet des diamètres des orifices

Pour une pression à l'entrée du palier axial inférieur de 4 bars, tous les paramètres sont gardés fixes et on change à chaque fois les diamètres des orifices. La Figure 4-7 représente les résultats de cette étude.

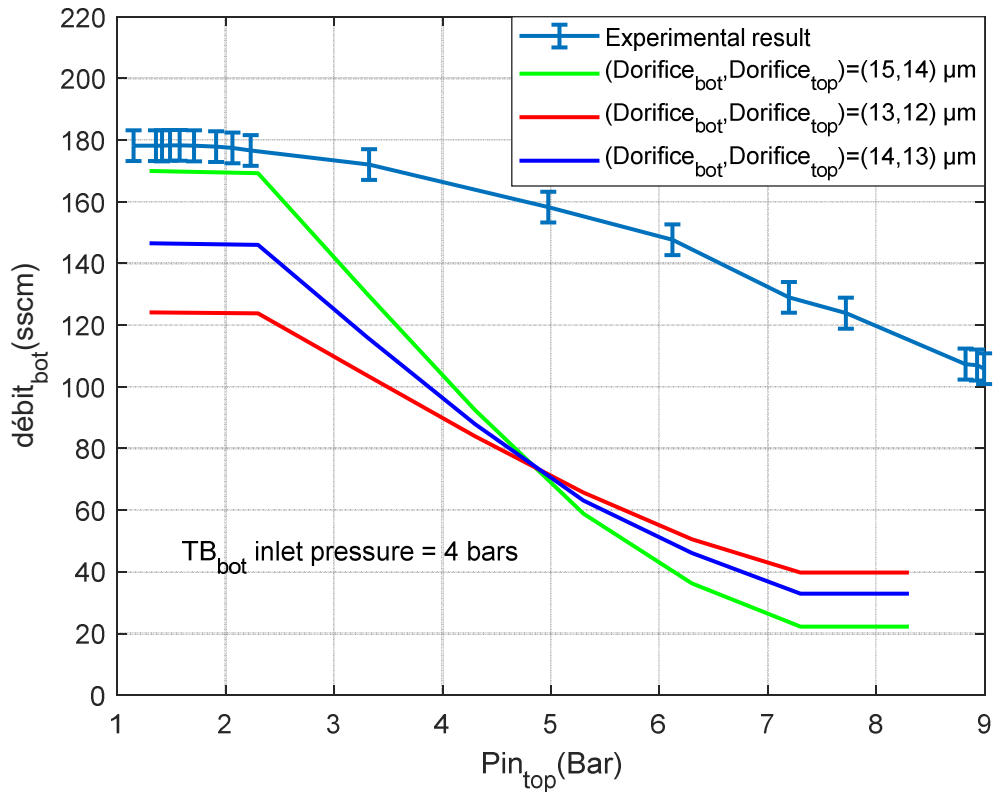


Figure 4-7 : Effet du changement des diamètres des orifices

L'analyse des courbes de la Figure 4-7, montre que la diminution des diamètres des orifices engendre une diminution du débit pour la même pression à l'entrée du palier axial inférieur.

Effet de l'inclinaison du rotor

Le jeu entre le palier axial et le rotor n'est plus constant lorsqu'il y a une variation angulaire du rotor. Ce jeu varie selon l'emplacement de chaque orifice dans le palier axial. Donc la force et le débit ne sont plus uniforme. Chaque orifice possède une force et un débit en fonction du jeu.

Afin de voir la variation du jeu pour chaque orifice ainsi que la variation du débit et de la force, on a pris le cas où le jeu nominal est $1.5 \mu m$ et on a supposé que le rotor soit incliné d'un angle de 0.02° par rapport à l'horizontal pour une pression d'alimentation du palier axial de 8 bars.

La Figure 4-8 représente l'effet de l'inclinaison du rotor sur le jeu, le débit et la force par orifice du palier axial inférieur. Dans cette section, seulement l'étude du jeu inférieur a été faite pour voir l'influence de l'inclinaison du rotor.

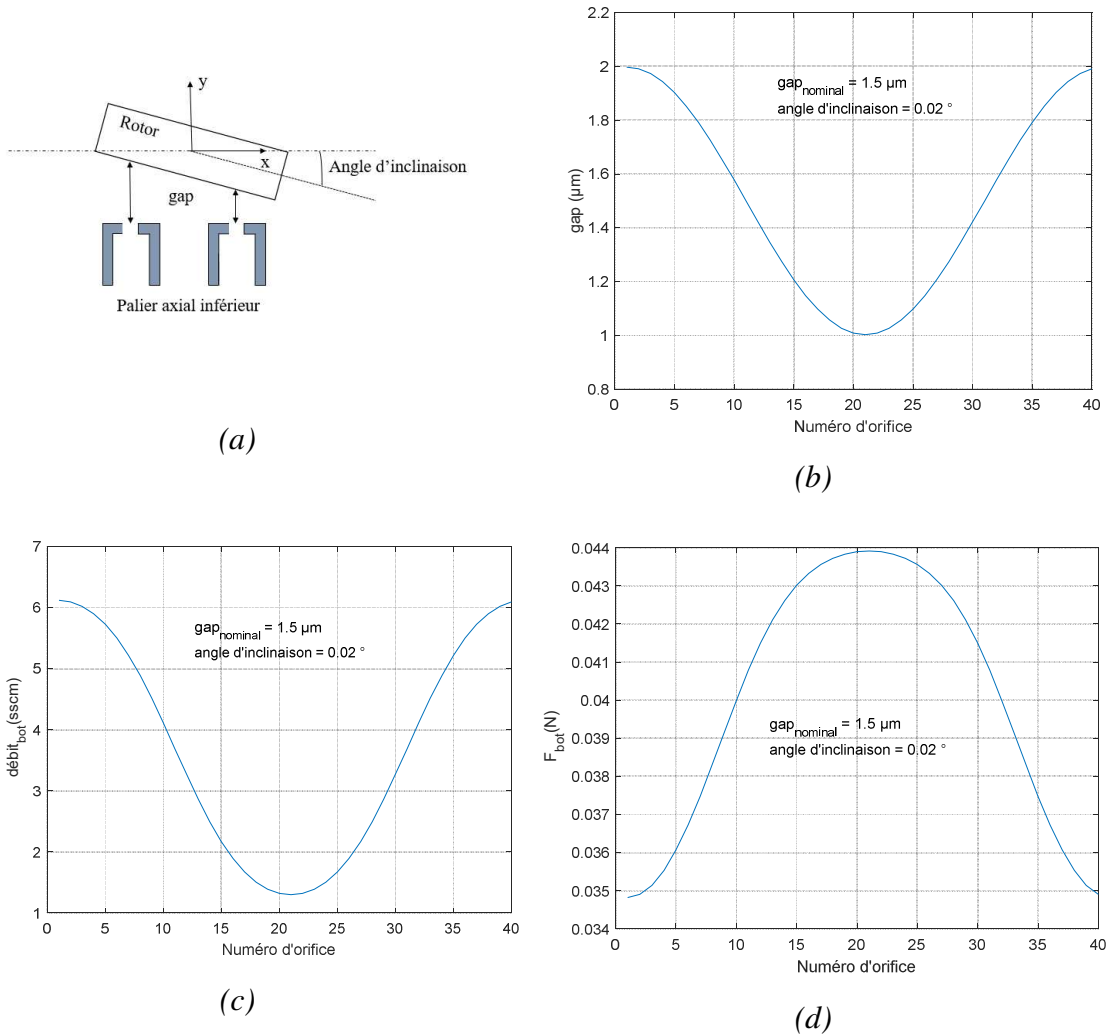


Figure 4-8 : Influence de l'inclinaison du rotor : (a) schématisation du rotor et le palier axial inférieur lors d'une inclinaison du rotor (b) effet de l'inclinaison du rotor sur le jeu (c) effet de l'inclinaison du rotor sur le débit (d) effet de l'inclinaison du rotor sur la force

Maintenant l'effet de la variation de l'angle d'inclinaison sur le comportement du palier axial sera étudié. La Figure 4-9 représente l'influence de la variation de l'angle d'inclinaison sur le débit massique total et la force totale exercée par le palier axial. La pression d'alimentation du palier axial est 8 bars et le jeu nominal est de $1.5 \mu\text{m}$.

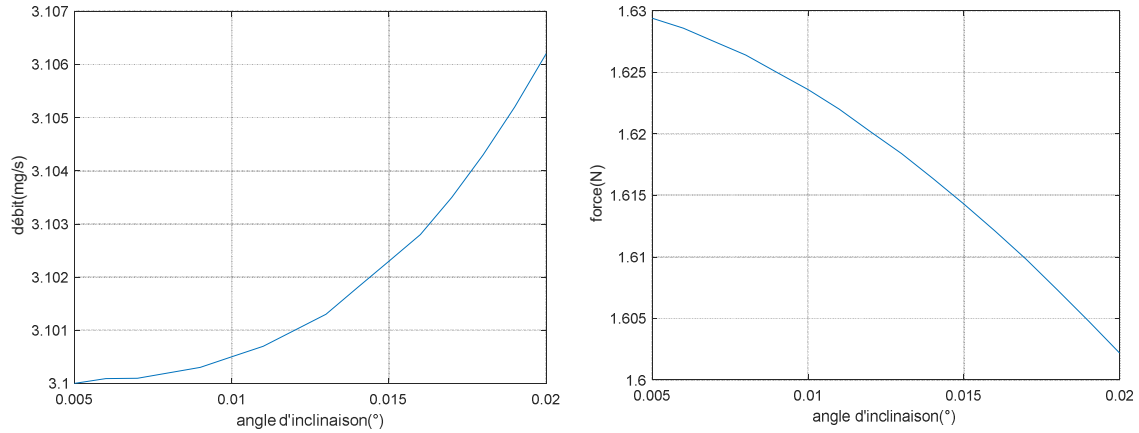


Figure 4-9 : Influence de la variation de l'angle d'inclinaison sur le comportement du palier axial

L'analyse des courbes de la Figure 4-9, montre que la variation de l'angle d'inclinaison influence le comportement du palier axial. Pour un angle de 0.02° , il y a une variation du débit massique de 11 % et une variation de 3 % pour la force. Donc, si on suppose un jeu uniforme sans tenir compte de l'inclinaison du rotor, il y aura des erreurs dans le calcul du débit et de la force. Ces erreurs augmentent en augmentant l'angle d'inclinaison. Par contre, on peut les négliger pour des angles d'inclinaison faibles. Par exemple, la Figure 4-10 représente la variation du débit massique et de la force du palier axial inférieur en fonction du jeu pour un rotor incliné ou non. Elle montre qu'il n'y a pas une différence remarquable entre les deux cas (un jeu uniforme et un rotor incliné de 0.02°).

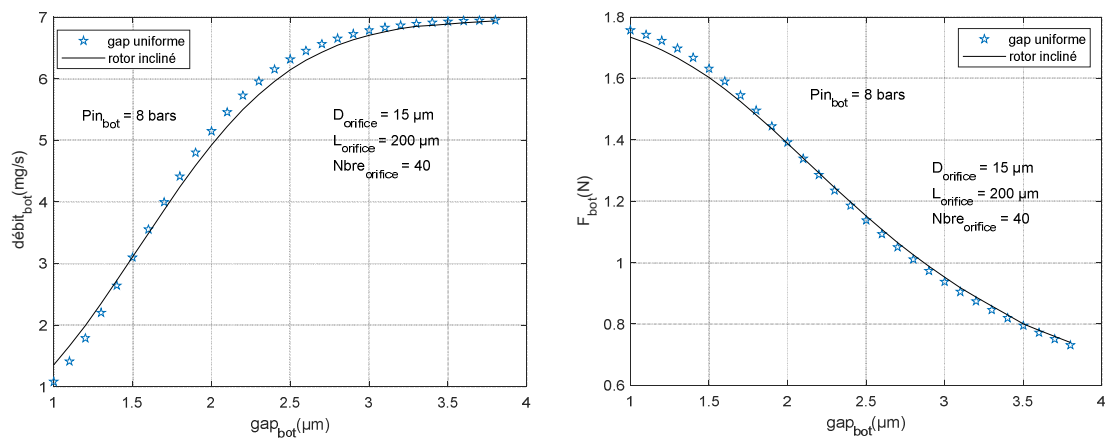


Figure 4-10 : Comportement du palier axial pour un jeu fixe et un rotor incliné de 0.02°

CHAPITRE 5 CONCLUSION GÉNÉRALE

5.1 Sommaire des travaux réalisés

Au cours de ce projet, des modèles analytiques et numériques, permettant de déterminer la position axiale du rotor lors de l'opération de la microturbopompe de 2^{ème} génération, ont été développés.

Dans un premier temps, une explication détaillée de chacune des composantes de la microturbopompe de deuxième génération a été présentée, en plus de l'évaluation de la force qu'elle peut exercer sur le rotor.

Aussi, les modèles analytiques des paliers axiaux ont été révisés et les modifications nécessaires ont été faites dans le but de les adapter à la 2^{ème} génération de microturbopompe de Rankine.

Des simulations numériques par le logiciel COMSOL sont faites aussi afin d'améliorer les modèles analytiques des paliers axiaux.

Des programmes Matlab ont été développés pour manipuler les modèles analytiques et tracer les courbes désirées.

Une étude de l'influence des paramètres géométriques sur le comportement des paliers axiaux a été faite.

Des cas d'études sont faits en manipulant nos modèles et en déterminant à chaque fois la position axiale du rotor à l'équilibre. Des études ont été faites avec un pompage à vide et d'autres avec de l'eau dans la pompe.

L'air à température ambiante est utilisé comme fluide de travail dans les cas étudiés. Mais, les programmes Matlab sont développés de manière qu'on peut les utiliser avec n'importe quel fluide à n'importe quelle température. Il suffit juste de changer les propriétés thermodynamiques appropriées au fluide de travail désiré. D'ailleurs, des exemples ont été représentés avec de l'air à des températures élevées et avec de la vapeur d'eau à 200 °C.

Finalement, une comparaison a été faite entre les résultats analytiques et expérimentaux, démontrant une bonne concordance pour le premier échantillon, mais pas pour le deuxième échantillon. Une série d'hypothèses est testée pour expliquer cette différence. Par la suite, les modèles analytiques sont validés pour le premier échantillon. Par contre, pour le deuxième échantillon il est important d'effectuer une autre série de mesures pour s'assurer du comportement réel des paliers axiaux.

5.2 Contributions

L'étude présentée dans ce mémoire a contribué, en premier lieu, au développement des modèles analytiques et numériques qui aideront les expérimentateurs à la caractérisation de la microturbine. Ces modèles vont permettre de connaître la position axiale du rotor lors de l'opération de la microturbine.

En deuxième lieu, une étude paramétrique du comportement des paliers hydrostatiques est effectuée. Des codes MATLAB sont aussi développés et sont faciles à utiliser. Ces résultats permettront de guider les futurs expérimentateurs de la microturbine de choisir les conditions expérimentales optimales pour assurer l'équilibre axial du rotor.

5.3 Perspectives

En perspective, il serait avantageux d'effectuer d'autres séries de mesures sur plusieurs échantillons de microturbopompe pour valider les modèles sur de plus grandes plages d'opération. Aussi, l'optimisation des programmes sera utile pour améliorer les résultats et minimiser le temps de calcul. Une étude bien détaillée de la turbine afin de développer un modèle traduisant le profil de pression à travers la turbine en fonction de la position radiale est nécessaire pour calculer la force exacte de la turbine. Dans ce projet on a fait l'hypothèse qu'on a le même profil de pression pour tous les *jeux*. Or, en réalité si on change le *jeu*, les pertes par friction changent ce qui va entraîner le changement du travail fourni par la turbine et par la suite le profil de pression change. Donc c'est très important dans le futur d'avoir le bon profil de pression pour chaque *jeu*.

RÉFÉRENCES

- [1] A. H. Epstein et S. D. Senturia, «Macro Power from Micro Machinery,» *Science*, p. 1211, 1997.
- [2] k. Fu, A. J. Knobloch et al, «Design and Fabrication of a Silicon-Based MEMS Rotary Engine,» *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, November 2001.
- [3] F. Formosa, J. J. Chaillout et O. Dessornes, «Size Effects on Stirling Cycle Micro Engine,» *Proceedings of PowerMEMS 2008+ microEMS 2008*, November 2008.
- [4] A. H. Epstein et al, «Micro-heat engine, Gas turbine and Rocket Engines- The MIT Microengine Project,» chez *the 28th AIAA Fluid Dynamics Conference*, Snowmass Village, CO, 1997.
- [5] C. Lee, M. Liamini et L. G. Fréchette, «A Silicon Microturbopump for a Rankine-Cycle Power-Generation Microsystem—Part II: Fabrication and Characterization,» *Journal of Microelectromechanical Systems*, vol. 20, n° 11, February 2011.
- [6] L. G. Fréchette et al, «Design of a microfabricated rankine cycle steam turbine for power generation,» pp. 1-10, 2003.
- [7] C. Lee, «Development of a microfabricated turbopump for a rankine vapor power cycle, PhD Thesis,» Columbia university, 2006.
- [8] M. Liamini, «Conception d'une Microturbine Rankine Microfabriquée pour le Fonctionnement à Haute Température,» *Thèse de Doctorat*, Août 2014.
- [9] A. Amnache et L. G. Fréchette, «Microfabrication of a silicon turbopump with embedded thermal isolation for a Rankine mems heat engine,» chez *PowerMEMS Conference*, Daytona Beach, Florida, USA, 2018.

- [10] A. Annache, «Microturbopompe avec Isolation Thermique pour Cycle Rankine sur Puce,» *Thèse de doctorat*, Mai 2020.
- [11] K. D. Wise, «Integrated sensors, MEMS, and microsystems: Reflections on a fantastic voyage,» chez *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 136, département of electrical engineering and computer science, 2007, pp. 39-50.
- [12] <http://www.yole.fr/>, «Status of the MEMS industry report,» *Yole Development (consulté le 14 Octobre 2020)*, 2020.
- [13] S. A. Jacobson et A. H. Epstein, «An Informal Survey of Power MEMS,» *The International Symposium on Micro-Mechanical Engineering*, December 2003.
- [14] A. H. Epstein, S. D. Senturia et al, «POWER MEMS AND MICROENGINES,» *IEEE Transducers*, June 1997.
- [15] L. Fu, Z. Feng et G. Li, «Experimental investigation on overall performance of a millimeter-scale radial turbine for micro gas turbine,» *Energy*, vol. 134, pp. 1-9, September 2017.
- [16] Y. Ribaud, O. Dessornes et al, «The experience gained on the ultra microturbine : from energetics to component bricks studies,» *Power MEMS Conference*, 2005.
- [17] L. G. Fréchette, C. Lee et al, «Preliminary Design of a MEMS Steam Turbine Power Plant-on-a-Chip,» *3rd Int'l Workshop on Micro & Nano Tech. for Power Generation & Energy Conv. (PowerMEMS'03)*, 2003.
- [18] N. Müller et L. G. Fréchette, «Performance Analysis of Brayton and Rankine Cycle Microsystems for Portable Power Generation,» *ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition*, November 2002.
- [19] Y. A. Çengel et al, «Les cycles de puissance à vapeur,» chez *Thermodynamique, 3e édition - Une approche pragmatique*, Chenelière Éducation, 2019, pp. 513-514.

- [20] A. Amnache, «Étude et fabrication de micro-débitmètres à pression différentielle de type orifice plat destinés à l'installation d'une micro-turbopompe,» *Mémoire de maîtrise*, Août 2012.
- [21] L. G. Fréchette et al, «Design of a microfabricated rankine cycle steam turbine for power generation,» *ASME International Mechanical Engineering Congress*, pp. 1-10, November 2003.
- [22] N. Savoulides et al, «Fabrication and Testing of a High-Speed Microscale Turbocharger,» *Journal of microelectromechanical systems*, vol. 17, n° 15, pp. 1270-1281, 2008.
- [23] F. Gauthier, «Caractérisation des paliers et écoulements secondaires d'une microturbine,» Sherbrooke (Québec), Canada, 2009.
- [24] M. Omri et L. Fréchette, «Computational investigation of the three-dimensional flow structure and losses in a low Reynolds number microturbine,» chez *ASME 2011 Turbo Expo: Turbine Technical Conference and Exposition*, Vancouver, British Columbia, Canada, 2011.
- [25] P. B. Martel et L. G. Fréchette, «Numerical analysis of sub-millimeter-scale microturbomachinery aerothermodynamics,» *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, 2008.
- [26] M. Liadini et al, «Design Methodology for a Rankine Microturbine: Thermomechanical Analysis and Material Selection,» *Journal of microelectromechanical systems*, vol. 20, n° 11, pp. 339-351, 2011.
- [27] A. Amnache, L. G. Fréchette et al, «A MEMS turbopump for high temperature rankine micro heat engines – part I: design and fabrication,» *IEEE Journal of MicroElectroMechanical Systems (JMEMS)*, Avril 2020.

- [28] A. Amnache, L. G. Fréchette et al, «A MEMS turbopump for high temperature rankine micro heat engines – part II: experimental demonstration,» *IEEE Journal of MicroElectroMechanical Systems (JMEMS)*, Avril 2020.
- [29] J. T. C et S. S. Z, «Modeling and Experimental Investigation of Micro-hydrostatic Gas Thrust Bearings for Micro-turbomachines,» *Journal of Turbomachinery*, vol. 128, pp. 597-605, 2006.
- [30] L. G. Fréchette, «Development of a Microfabricated Silicon Motor-Driven Compression System,» *Doctor of Philosophy*, September 2000.
- [31] A. Deux, «Design of a Silicon Microfabricated Rocket Engine Turbopump,» *Master of Science*, June 2001.
- [32] C. W. Wong, «Design, Fabrication, Experimentation and Analysis of High-Speed Microscale Gas Bearings,» *Master of Science*, January 2001.
- [33] C. C. Lin, «Developement of a Microfabriated Turbine_Driven Air Bearing Rig,» *Doctor of Philosophy*, June 1999.
- [34] C. J. Teo, «MEMS Turbomachinery Rotordynamics: Modeling, Design and Testing,» 2005.
- [35] L. G. Fréchette, K. S. Breuer, S. A. Jacobson et al, «High-Speed Microfabricated Silicon Turbomachinery and Fluid Film Bearings,» *Journal of Microelectromechanical Systems*, vol. 14, February 2005.
- [36] E. S. Piekos, «Numerical Simulation of Gas-Lubricated Journal Bearings for Microfabricated Machines,» *PHD thesis*, February 2000.
- [37] F. F. Ehrich et S. A. Jacobson, «Development of High-Speed Gas Bearings for High-Power Density Microdevices,» *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, vol. 125, p. . 141–148, 2003.

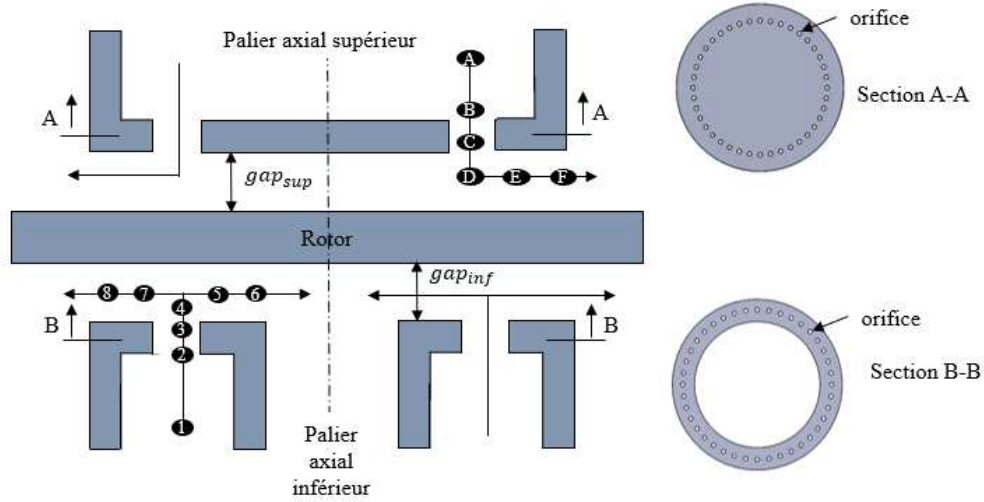
- [38] L. Liu, «Theory for Hydrostatic Gas Journal Bearings for Micro-Electro-Mechanical Systems,» *PHD Thesis*, 2005.
- [39] C. Mech, «Paliers à gaz,» *techniques de l'ingénieur*, pp. 5-6-7, 10 août 1982.
- [40] P. B. Martel, «Étude numérique de l'aérodynamique d'écoulements laminaires subsoniques dans les microturbines et développement d'une méthodologie de conception,» *mémoire de maîtrise*, Mai 2009.
- [41] C. J. Seeton, «Viscosity–temperature correlation for liquids,» *STLE/ASME International Joint Tribology Conference*, vol. 22, pp. 67-78, Octobre 2006.
- [42] A. N. Alexandrou, *Principles of Fluid Mechanics*, Prentice Hall, Upper Saddle River NJ, 2001, p. 573.
- [43] I. E. Idelchik, *Handbook of hydraulic resistance*, CRC Press, 1994.
- [44] A. H. Shapiro, *The dynamics and thermodynamics of compressible fluid flow*, vol. 1, New York : The Ronald press company , 1953.
- [45] J. H. Vohr, «An experimental study of flow phenomena in the feeding region of,» *Mechanical Technology Incorporated*, (New-York, 1966.
- [46] S. W. Yuan, *Foundations of fluid mechanics*, New Jersey: Prentice-Hall Inc, 1967, p. 608.
- [47] C. Lee et L. G. Fréchette, «A Silicon Microturbopump for a Rankine-Cycle Power Generation Microsystem—Part I: Component and System Design,» *Journal of Microelectromechanical Systems*, vol. 20, n° 11, pp. 312-325, February 2011.
- [48] F. M. White, *Fluid Mechanics*, Fourth Edition, University of Rhode Island: McGraw-Hill Higher Education , 1998.
- [49] M. S. Shahin , «Coupling of an electrolyzer with rankine cycle for sustainable hydrogen production via thermal solar energy,» *Masters of Science in Mechanical*

Engineering , Faculty of the American University of Sharjah College of Engineering in Partial Fulfillment of the Requirements , p. 23, 2015.

- [50] <https://www.comsol.com/>, «Understand, Predict, and Optimize Physics-Based Designs and Processes with COMSOL Multiphysics,» (*consulté le 19 Mars 2020*), 2020.
- [51] A. C. Fischer et al, «Integrating MEMS and ICs,» *Microsystems & Nanoengineering*, p. 16, 28 May 2015.

ANNEXE A

Cette annexe représente les modèles détaillés des paliers axiaux.



❖ Passage 1-2 : pertes de pression à l'entrée de l'orifice

Ces pertes seront calculées à partir des tables d'Idelchik [43], et elles sont représentées par l'équation suivante :

$$P_{T_1} - P_{T_2} = \alpha \frac{\bar{\rho} V_2^2}{2}$$

où :

- P_T : pression totale ou pression de stagnation
- α : le coefficient de pertes de pression, il est déterminé selon le nombre de Reynolds

$$\alpha = \begin{cases} \zeta_\phi + \varepsilon \cdot \zeta_0 & \text{si } 10 < Re < 30 \\ \frac{33}{Re} + \varepsilon \cdot \zeta_0 & \text{si } 30 < Re < 10^4 \end{cases}$$

avec :

$$\varepsilon = 0,461 - 0,265 \log(Re) + 0,203 \log(Re)^2 - 0,066 \log(Re)^3 + 0,013 \log(Re)^4 - 0,001 \log(Re)^5$$

$$\zeta_\phi = 3,29 - 1,62 \log(Re) + 0,22 \log(Re)^2$$

$$\zeta_0 = 1,5$$

Le nombre de Reynolds est défini par la relation suivante : $Re = \frac{\rho.V.D_{orifice}}{\mu}$

avec l'équation de continuité : $\dot{m}_{orifice} = \rho.V.A_{orifice} \Rightarrow \rho = \frac{\dot{m}_{orifice}}{V.A_{orifice}}$

$$\text{d'où : } Re = \frac{\dot{m}_{orifice} \cdot D_{orifice}}{\mu \cdot A_{orifice}}$$

$$\text{avec : } A_{orifice} = \frac{\pi.D_{orifice}^2}{4}$$

$$\text{donc : } Re = \frac{4 \dot{m}_{orifice}}{\pi \cdot \mu \cdot D_{orifice}}$$

Au point 2 la loi des gaz parfaits donne : $P_2 = \rho_2 \cdot R \cdot T_2$

et l'équation de continuité donne : $\dot{m}_{orifice} = \rho_2 \cdot V_2 \cdot A_{orifice} \Rightarrow \rho_2 = \frac{\dot{m}_{orifice}}{V_2 \cdot A_{orifice}}$

$$\text{donc } P_2 = \frac{R \cdot T_2 \cdot \dot{m}_{orifice}}{V_2 \cdot A_{orifice}}$$

Pour un écoulement compressible la pression totale est définie comme suit :

$$P_{T_2} = P_2 \left(1 + \frac{(\gamma - 1)}{2} M_2^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$\text{avec : } M_2 = \frac{V_2}{C_2} = \frac{V_2}{\sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_2}}$$

La densité moyenne est : $\bar{\rho} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$ or $\rho_1 = \frac{P_1}{RT_1}$ et $\rho_2 = \frac{P_2}{RT_2}$

Pour un écoulement isotherme : $T_1 = T_2$

$$\text{donc : } \bar{\rho} = \frac{P_1 + P_2}{2RT_2}$$

L'équation des pertes de pression devient :

$$P_{T_1} - P_{T_2} = \alpha \frac{(P_1 + P_2)V_2^2}{4RT_2}$$

❖ **Passage 2-3 : pertes de pression dans l'orifice**

La modélisation des pertes de pression dans l'orifice se fait en supposant que l'écoulement est isotherme dans un conduit 1-D tel que défini par Shapiro [44] :

$$-\frac{1}{2} \frac{dM^2}{M^2} = \frac{-\gamma M^2}{2(1-M^2)} 4f \frac{dx}{D_{orifice}}$$

$$\int_0^{L_{orifice}} 4f \frac{dx}{D_{orifice}} = \int_{M_2}^{M_3} \frac{1-M^2}{\gamma M^4} dM^2$$

$$4f \frac{L_{orifice}}{D_{orifice}} = \frac{1}{\gamma M_2^2} \left(1 - \left(\frac{M_2}{M_3} \right)^2 \right) + \ln \left(\left(\frac{M_2}{M_3} \right)^2 \right)$$

avec $\frac{M_3^2}{M_2^2} = \frac{P_3}{P_2}$

Par la suite :

$$P_3 = \sqrt{P_2^2 - 4f \frac{L_{orifice}}{D_{orifice}} \gamma M_2^2 P_2^2 + 2\gamma M_2^2 P_2^2 \ln \left(\frac{P_3}{P_2} \right)}$$

avec :

- Le facteur de friction : $f = \frac{16}{Re}$
- Le nombre de Reynolds : $Re = \frac{4 \dot{m}_{orifice}}{\pi \cdot \mu \cdot D_{orifice}}$

À partir de P_3 on peut calculer le nombre de Mach au point 3 et par la suite calculer la pression totale en ce point :

L'équation de continuité : $\dot{m}_{orifice} = \rho_3 A_{orifice} V_3 \rightarrow \rho_3 = \frac{\dot{m}_{orifice}}{A_{orifice} V_3}$

La loi des gaz parfaits : $P_3 = \rho_3 R T_3 \rightarrow P_3 = \frac{R T_3 \dot{m}_{orifice}}{A_{orifice} V_3}$

Donc la vitesse au point 3 est : $V_3 = \frac{R T_3 \dot{m}_{orifice}}{A_{orifice} P_3}$

Le nombre de Mach : $M_3 = \frac{V_3}{\sqrt{\gamma R T_3}}$

La pression totale : $P_{T_3} = P_3 \left(1 + \frac{(\gamma-1)}{2} M_3^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$

❖ Passage 3-4 : pertes de pression en sortant de l'orifice vers le jeu

En passant de du point 3 au point 4 il y aura un changement de direction et de section de passage ce qui entraîne des pertes de pression. Ces pertes peuvent être définies selon Vohr [45] :

$$P_3 - P_4 = K_{MTI}(P_{T4} - P_4)$$

avec : $K_{MTI} = 0.179 + 0.31 \left(\frac{Re_4}{2000}\right) - 0.122 \left(\frac{Re_4}{2000}\right)^2 + 0.282 \left(\frac{Re_4}{2000}\right)^3$

$Re_4 = \frac{\rho_4 V_4 D_{hyd}}{\mu}$ où D_{hyd} est le diamètre hydraulique

$D_{hyd} = \frac{4A}{P} = \frac{4(2\pi r h)}{2(2\pi r)} = 2h$, avec h est le jeu entre le rotor et le palier axial

L'équation de continuité : $\dot{m}_{orifice} = \rho_4 A_4 V_4$ avec $A_4 = \pi \cdot h \cdot D_{orifice}$

Donc le nombre de Reynolds est : $Re_4 = \frac{2 \cdot \dot{m}_{orifice}}{\pi \cdot D_{orifice} \cdot \mu}$

La pression statique au point 4 est : $P_4 = \frac{\dot{m}_{orifice} \cdot R \cdot T_4}{A_4 V_4}$

La pression totale au point 4 est : $P_{T_4} = P_4 \left(1 + \frac{(\gamma-1)}{2} M_4^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$

❖ Passage 4-5/4-7 : pertes de pression entre l'orifice et les points 5 et 7

On traite au début l'écoulement entre l'orifice et les points 5 et 7 comme étant un écoulement unidimensionnel entre deux disques. Ensuite un facteur de correction sera déterminé afin de tenir compte du fait que l'écoulement provient d'un orifice et non pas d'une fente circonférentielle.

Dans ce cas les pertes de pression sont définies à partir d'un écoulement de poiseuille [46] tel que présenté par l'équation suivante :

$$\frac{dP}{dr} = -12\mu \frac{U}{h^2}$$

Avec : U est la vitesse moyenne

h est l'espace entre les deux disques dans notre cas h est le jeu

En utilisant l'équation des gaz parfaits et l'équation de conservation de la masse :

$$\frac{dP}{dr} = -12\mu \frac{\dot{m}RT}{PAh^2}$$

Avec : $A = 2\pi rh$

Donc :

$$\frac{dP}{dr} = -6\mu \frac{\dot{m}RT}{\pi r P h^3}$$

En intégrant cette équation de 4 à 5 et de 4 à 7 :

$$\int_4^5 P dP = \int_4^5 -6\mu \frac{\dot{m}RT}{\pi r h^3} dr$$

$$\frac{1}{2} [P^2]_4^5 = -6\mu \frac{\dot{m}RT}{\pi h^3} [\ln(r)]_4^5$$

$$P_5^2 - P_4^2 = -12\mu \frac{\dot{m}RT}{\pi h^3} \ln\left(\frac{r_5}{r_4}\right)$$

$$P_5 = \sqrt{P_4^2 - 12\mu \frac{\dot{m}_{4-5}^* RT}{\pi h^3} \ln\left(\frac{r_5}{r_4}\right)}$$

De la même façon :

$$P_7 = \sqrt{P_4^2 - 12\mu \frac{\dot{m}_{4-7}^* RT}{\pi h^3} \ln\left(\frac{r_7}{r_4}\right)}$$

où \dot{m}^* est le débit idéal provenant d'une fente circonférentielle. Il faut le multiplier par un facteur de correction pour trouver le débit réel qui provient d'un orifice tel que :

$$\dot{m}^* = \frac{\dot{m}}{f_{correction}}$$

Avec : $f_{correction} = 0,76$ pour le palier axial supérieur et $f_{correction} = 0,65$ pour le palier axial inférieur

❖ **Passage 5-6/7-8 : pertes de pression aux expansions de sortie**

Aux expansions de sortie, les pertes de pression sont définies comme suit :

$$P_{T5} - P_{T6} = K_{exp}(P_{T5} - P_5) \text{ avec } Re_5 = \frac{\dot{m}_{4-5}}{A_5} \frac{2h}{\mu}$$

$$P_{T7} - P_{T8} = K_{exp}(P_{T7} - P_7) \text{ avec } Re_7 = \frac{\dot{m}_{4-7}}{A_7} \frac{2h}{\mu}$$

ANNEXE B

Cette annexe représente les équations de caractérisation de la pompe développées par Lee [47].

ω Vitesse de rotation du rotor [RPM]

r_1 Rayon intérieur de la pompe [m]

r_2 Rayon extérieur de la pompe [m]

r_{1eff} Rayon intérieur efficace [m]

r_{2eff} Rayon extérieur efficace [m]

h_0 Profondeur de la rainure [m]

h_2 Espace entre la crête et le rotor [m]

$h_1 = h_0 + h_2$ [m]

γ Rapport de largeur entre une crête et une rainure

α Angle entre le tracé des rainures et la tangente de la rotation du rotor [$^\circ$]

$$g_1(\alpha, H, \gamma) = \left(\frac{a_2}{a_1}\right) \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^2 \cot(\alpha) \left(1 - \left(\frac{h_2}{h_1}\right)\right) \left(1 - \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3\right) / \left(1 + \left(\frac{a_2}{a_1}\right) \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3\right) \left(\left(\frac{a_2}{a_1}\right) + \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3\right) + \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3 \cot^2(\alpha) \left(1 + \left(\frac{a_2}{a_1}\right)\right)^2$$

$$g_2(\alpha, H, \gamma) = \frac{(\gamma + H) + \frac{3\gamma H(1-H)^2(1+\gamma H^3)}{(1+\gamma H^3)(\gamma+H^3) + H^3(\cot^2\alpha)(\gamma+1)^2}}{(\gamma+1)}$$

$$A = \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^2 (1 + \cot^2(\alpha)) \left(\left(\frac{a_2}{a_1}\right) + \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3\right) / \left(1 + \left(\frac{a_2}{a_1}\right) \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3\right) \left(\left(\frac{a_2}{a_1}\right) + \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3\right) + \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3 \cot^2(\alpha) \left(1 + \left(\frac{a_2}{a_1}\right)\right)^2$$

$$r_{1eff} = r_1 e^{-\left(\frac{\pi}{2k}\right) \left(1 - \frac{\alpha}{90}\right) \tan(\alpha) (2/(1+\gamma)) \left(1 - \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3\right) / \left(1 + \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3\right) Fr_1}$$

$$r_{2eff} = r_2 e^{-\left(\frac{\pi}{2k}\right) \left(1 - \frac{\alpha}{90}\right) \tan(\alpha) (2/(1+\gamma)) \left(1 - \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3\right) / \left(1 + \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3\right) Fr_2}$$

$$Fr_1 = A_1 \cot(\alpha) / (A_1 \cot(\alpha) + C_1)$$

$$Fr_2 = A_2 \cot(\alpha) / (A_2 \cot(\alpha) + C_2)$$

$$C_1 = \left(\gamma \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3 \cot(\alpha) \right) (1 + \gamma) \left(1 - \left(\frac{h_2}{h_1} \right) + S \left(\gamma + \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3 + \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3 \cot^2(\alpha) (1 + \gamma) \right) \right) / \left(\left(1 + \gamma \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3 \right) \left(\gamma + \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3 \right) + \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3 \cot^2(\alpha) (1 + \gamma)^2 \right) / K_1$$

$$C_2 = \left(\gamma \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3 \cot(\alpha) \right) (1 + \gamma) \left(1 - \left(\frac{h_2}{h_1} \right) + S \left(\gamma + \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3 + \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3 \cot^2(\alpha) (1 + \gamma) \right) \right) / \left(\left(1 + \gamma \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3 \right) \left(\gamma + \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3 \right) + \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3 \cot^2(\alpha) (1 + \gamma)^2 \right) / K_2$$

$$A_1 = \left(-\gamma \left(1 - \frac{h_2}{h_1} \right) \left(1 + \gamma \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3 \right) + S \gamma \cot(\alpha) \left(1 - \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3 \right) \right) / \left(\left(1 + \gamma \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3 \right) \left(\gamma + \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3 \right) + \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3 \cot^2(\alpha) (1 + \gamma)^2 \right) / K_1$$

$$A_2 = \left(-\gamma \left(1 - \frac{h_2}{h_1} \right) \left(1 + \gamma \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3 \right) + S \gamma \cot(\alpha) \left(1 - \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3 \right) \right) / \left(\left(1 + \gamma \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3 \right) \left(\gamma + \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3 \right) + \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3 \cot^2(\alpha) (1 + \gamma)^2 \right) / K_2$$

$$S = \dot{m} (1 + \gamma) / (\pi r_2^2 \omega h_1 \rho)$$

$$K_1 = -h_1^2 P_0 / (6 \mu \omega r_1 (r_2 - r_1))$$

$$K_2 = -h_1^2 P_0 / (6 \mu \omega r_2 (r_2 - r_1))$$

$$\gamma = \frac{a_2}{a_1}$$

$$X = \int_{r_{1eff}}^{r_{2eff}} \left[\int_r^{r_{2eff}} \frac{12 \mu \dot{m}}{\rho h_1 h_2^2} g_3 \frac{dr}{r} \right] r dr = \frac{12 \mu \dot{m}}{\rho h_1 h_2^2} g_3 \left(\frac{r_{2eff}^2 - r_{1eff}^2}{4} + \frac{r_{1eff}^2}{2} \ln \left(\frac{r_{2eff}}{r_{1eff}} \right) \right)$$

$$Y = \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{8} \rho \omega^2 r^2 r dr d\theta = \frac{\pi}{16} \rho \omega^2 (r_2^4 - r_1^4)$$

$$C_2^* = \frac{e^{-2D_2} - \lambda^2 e^{2D_1}}{1 - \lambda^2}$$

$$D_1 = \left(\frac{\pi}{k} \right) \left(1 - \frac{\alpha}{90} \right) \tan \alpha \left(\frac{2}{1 + \gamma} \right) \left(\frac{1 - H^3}{1 + H^3} \right) F r_1$$

$$D_2 = \left(\frac{\pi}{k} \right) \left(1 - \frac{\alpha}{90} \right) \tan \alpha \left(\frac{2}{1 + \gamma} \right) \left(\frac{1 - H^3}{1 + H^3} \right) F r_2$$

$$\lambda = \frac{r_1}{r_2}$$

$$H = \frac{h_2}{h_1}$$

Le couple délivré par la pompe est :

$$\text{Torque}_{\text{pompe}} = \frac{\pi \mu \omega r_2^4}{2 h_2} (1 - \lambda^4) g_2 - B (r_2^2 - r_1^2) \frac{\mu \dot{m}}{\rho h_1 h_2}$$

La puissance consommée par la pompe est :

$$\text{Puissance}_{\text{pompe}} = \text{Torque}_{\text{pompe}} * \omega$$

Valve à la sortie de la pompe

Pour fixer le point où la pompe peut être opérée il est possible d'utiliser une valve à la sortie (figure 1). Cette valve est caractérisée par une résistance fluidique. La variation de cette résistance permet de balayer toute la plage d'opération de la pompe.

$$C_v = \dot{Q} \sqrt{\frac{SG}{\Delta P}} \quad [48]$$

Avec : C_v est le coefficient de valve

SG est la densité spécifique du liquide (pour l'eau $SG = 1$)

ΔP est la différence de pression entre l'entrée et la sortie de la valve

\dot{Q} est le débit volumique traversant la valve

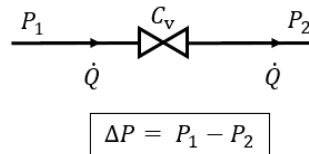


Figure 1 : Schématisation de la valve de sortie

Afin de bien sélectionner la valve adéquate à notre pompe il faut bien choisir la plage de variation du coefficient C_v . C'est le paramètre de sélection de la valve. Pour ce faire, la variation de la différence de pression dans la pompe et de la différence de pression dans la valve de sortie ont été tracées, sur le même graphe, en fonction du débit massique (Figure 2). Les flèches sur les courbes indiquent le sens d'augmentation des paramètres. Les vitesses de rotation augmentent de 20 kRPM à 120 kRPM avec un pas de 20 kRPM. Le coefficient de valve augmente de $0.000001 \left(\frac{m^7}{kg}\right)^{\frac{1}{2}}$ à $0.00001 \left(\frac{m^7}{kg}\right)^{\frac{1}{2}}$ avec un pas de 0.000001

$$\left(\frac{m^7}{kg}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

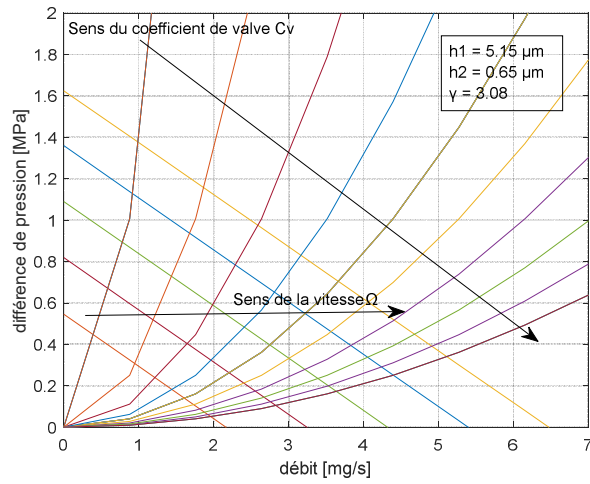
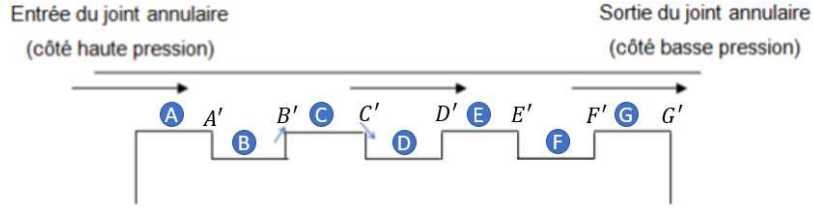


Figure 2 : Variation de la différence de pression dans la pompe et dans la valve de sortie en fonction du débit massique de l'eau

L'analyse des courbes de la figure ci-dessus, montre qu'une valve avec un coefficient appartenant à la plage suivante : $[0.000001 : 0.00001] \left(\frac{\text{m}^7}{\text{kg}}\right)^{\frac{1}{2}}$, peut être compatible avec notre système.

ANNEXE C

Cette annexe représente les équations qui décrivent l'écoulement dans le joint annulaire.



Dans les équations les entrées et les sorties des sections A, B, C, D, E, F et G seront indiqués respectivement par les indices 1 et 2.

Portion A

$$(1) \rightarrow \rho_{A_1} = \frac{P_{A_1}}{RT_A}$$

$$(2) \rightarrow V_{A_1} = \frac{\dot{m}_{A_1}}{\rho_{A_1} \cdot A_{A_1}} = \frac{\dot{m}_{A_1}}{\rho_{A_1} (2\pi r_{A_1} h_A)}$$

$$(4) \rightarrow M_{A_1} = \frac{V_{A_1}}{\sqrt{\gamma RT_A}}$$

$$(3) \rightarrow P_{TA_1} = P_{A_1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{A_1}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$P_{A_2} = \sqrt{P_{A_1}^2 - \frac{12\mu\dot{m}RT_A}{\pi h_A^3} \ln\left(\frac{r_{A_1}}{r_{A_2}}\right)}$$

$$(1) \rightarrow \rho_{A_2} = \frac{P_{A_2}}{RT_A}$$

$$(2) \rightarrow V_{A_2} = \frac{\dot{m}_{A_2}}{\rho_{A_2} \cdot A_{A_2}} = \frac{\dot{m}_{A_2}}{\rho_{A_2} (2\pi r_{A_2} h_A)}$$

$$(4) \rightarrow M_{A_2} = \frac{V_{A_2}}{\sqrt{\gamma RT_A}}$$

$$(3) \rightarrow P_{TA_2} = P_{A_2} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{A_2}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Au point A' : Expansion

$$P_{TA_2} - P_{TA'} = K_{expansion}(P_{TA_2} - P_{A_2})$$

$$Re_{A_2} = \frac{\rho_{A_2} V_{A_2} D_h}{\mu} = \frac{\dot{m}}{A_{A_2}} \frac{2h_A}{\mu} = \frac{\dot{m}}{\pi \cdot r_{A_2} \cdot \mu}$$

$$P_{TB_1} = P_{TA'}$$

$$P_{TB_1} = P_{B_1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{B_1}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$P_{B_1} = \frac{P_{TB_1}}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{B_1}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}}$$

$$P_{B_1} = \rho_{B_1} \cdot R \cdot T_{B_1} = \frac{\dot{m} \cdot R \cdot T_{B_1}}{V_{B_1} \cdot A_{B_1}} = \frac{\dot{m}}{A_{B_1} \cdot M_{B_1}} \sqrt{\frac{R \cdot T_{B_1}}{\gamma}}$$

$$\frac{\dot{m}}{A_{B_1} \cdot M_{B_1}} \sqrt{\frac{R \cdot T_{B_1}}{\gamma}} = \frac{P_{TB_1}}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{B_1}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}}$$

$$\frac{P_{TB_1} \cdot A_{B_1}}{\dot{m}} \sqrt{\frac{\gamma}{R \cdot T_{B_1}}} = \frac{1}{M_{B_1}} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{B_1}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

Portion B

$$P_{B_2} = \sqrt{P_{B_1}^2 - \frac{12\mu\dot{m}RT_B}{\pi h_B^3} \ln\left(\frac{r_{B_1}}{r_{B_2}}\right)}$$

$$V_{B_2} = \frac{\dot{m}}{\rho_{B_2} \cdot A_{B_2}} = \frac{\dot{m}}{\rho_{B_2} (2\pi r_{B_2} h_B)}$$

$$M_{B_2} = \frac{V_{B_2}}{\sqrt{\gamma R T_B}}$$

$$P_{TB_2} = P_{B_2} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{B_2}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

Au point B' : Contraction

$$P_{TB'} = P_{TB_2}$$

$$P_{TB'} = P_{B'} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{B'}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$P_{B'} = \rho_{B'} \cdot R \cdot T_{B'} = \frac{\dot{m} \cdot R \cdot T_{B'}}{V_{B'} \cdot A_{B'}} = \frac{\dot{m}}{A_{B'} \cdot M_{B'}} \sqrt{\frac{R \cdot T_{B'}}{\gamma}}$$

$$\frac{\dot{m}}{A_{B'} \cdot M_{B'}} \sqrt{\frac{R \cdot T_{B'}}{\gamma}} = \frac{P_{TB'}}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{B'}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}}$$

$$\frac{P_{TB'} \cdot A_{B'}}{\dot{m}} \sqrt{\frac{\gamma}{R \cdot T_{B'}}} = \frac{1}{M_{B'}} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{B'}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$Re_{C_1} = \frac{\rho_{C_1} V_{C_1} D_h}{\mu} = \frac{\dot{m}}{A_{C_1}} \frac{2h_C}{\mu} = \frac{\dot{m}}{\pi \cdot r_{C_1} \cdot \mu}$$

$$P_{TB'} - P_{TC_1} = K_{contaction}(P_{TB'} - P_{B'})$$

Portion C

$$P_{C_2} = \sqrt{P_{C_1}^2 - \frac{12\mu\dot{m}RT_C}{\pi h_C^3} \ln\left(\frac{r_{C_1}}{r_{C_2}}\right)}$$

$$V_{C_2} = \frac{\dot{m}}{\rho_C \cdot A_{C_2}} = \frac{\dot{m}}{\rho_{C_2} (2\pi r_{C_2} h_C)}$$

$$M_{C_2} = \frac{V_{C_2}}{\sqrt{\gamma RT_C}}$$

$$P_{TC_2} = P_{C_2} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{C_2}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

Au point C' : Expansion

$$P_{TC_2} - P_{TC'} = K_{expansion}(P_{TC_2} - P_{C_2})$$

$$Re_{C_2} = \frac{\rho_{C_2} V_{C_2} D_h}{\mu} = \frac{\dot{m}}{A_{C_2}} \frac{2h_C}{\mu} = \frac{\dot{m}}{\pi \cdot r_{C_2} \cdot \mu}$$

$$P_{TD_1} = P_{TC'}$$

$$P_{TD_1} = P_{D_1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{D_1}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$P_{D_1} = \frac{P_{TD_1}}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{D_1}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}}$$

$$P_{D_1} = \rho_{D_1} \cdot R \cdot T_{D_1} = \frac{\dot{m} \cdot R \cdot T_{D_1}}{V_{D_1} \cdot A_{D_1}} = \frac{\dot{m}}{A_{D_1} \cdot M_{D_1}} \sqrt{\frac{R \cdot T_{D_1}}{\gamma}}$$

$$\frac{\dot{m}}{A_{D_1} \cdot M_{D_1}} \sqrt{\frac{R \cdot T_{D_1}}{\gamma}} = \frac{P_{TD_1}}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{D_1}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}}$$

$$\frac{P_{TD_1} \cdot A_{D_1}}{\dot{m}} \sqrt{\frac{\gamma}{R \cdot T_{D_1}}} = \frac{1}{M_{D_1}} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{D_1}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

Portion D

$$P_{D_2} = \sqrt{P_{D_1}^2 - \frac{12\mu\dot{m}RT_D}{\pi h_D^3} \ln\left(\frac{r_{D_1}}{r_{D_2}}\right)}$$

$$V_{D_2} = \frac{\dot{m}}{\rho_{D_2} \cdot A_{D_2}} = \frac{\dot{m}}{\rho_{D_2} (2\pi r_{D_2} h_D)}$$

$$M_{D_2} = \frac{V_{D_2}}{\sqrt{\gamma R T_D}}$$

$$P_{TD_2} = P_{D_2} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{D_2}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

Au point D' : Contraction

$$P_{TD'} = P_{TD_2}$$

$$P_{TD'} = P_{D'} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{D'}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$P_{D'} = \rho_{D'} \cdot R \cdot T_{D'} = \frac{\dot{m} \cdot R \cdot T_{D'}}{V_{D'} \cdot A_{D'}} = \frac{\dot{m}}{A_{D'} \cdot M_{D'}} \sqrt{\frac{R \cdot T_{D'}}{\gamma}}$$

$$\frac{\dot{m}}{A_{D'} \cdot M_{D'}} \sqrt{\frac{R \cdot T_{D'}}{\gamma}} = \frac{P_{TD'}}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{D'}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}}$$

$$\frac{P_{TD'} \cdot A_{D'}}{\dot{m}} \sqrt{\frac{\gamma}{R \cdot T_{D'}}} = \frac{1}{M_{D'}} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{D'}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$Re_{E_1} = \frac{\rho_{E_1} V_{E_1} D_h}{\mu} = \frac{\dot{m}}{A_{E_1}} \frac{2h_E}{\mu} = \frac{\dot{m}}{\pi \cdot r_{E_1} \cdot \mu}$$

$$P_{TD'} - P_{TE_1} = K_{contaction}(P_{TD'} - P_{D'})$$

Portion E

$$P_{E_2} = \sqrt{P_{E_1}^2 - \frac{12\mu\dot{m}RT_E}{\pi h_E^3} \ln\left(\frac{r_{E_1}}{r_{E_2}}\right)}$$

$$V_{E_2} = \frac{\dot{m}}{\rho_{E_2} \cdot A_{E_2}} = \frac{\dot{m}}{\rho_{E_2} (2\pi r_{E_2} h_E)}$$

$$M_{E_2} = \frac{V_{E_2}}{\sqrt{\gamma R T_E}}$$

$$P_{TE_2} = P_{E_2} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{E_2}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

Au point E' : Expansion

$$P_{TE_2} - P_{TE'} = K_{expansion}(P_{TE_2} - P_{E_2})$$

$$Re_{E_2} = \frac{\rho_{E_2} V_{E_2} D_h}{\mu} = \frac{\dot{m}}{A_{E_2}} \frac{2h_E}{\mu} = \frac{\dot{m}}{\pi \cdot r_{E_2} \cdot \mu}$$

$$P_{TF_1} = P_{TE'}$$

$$P_{TF_1} = P_{F_1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{F_1}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$P_{F_1} = \frac{P_{TF_1}}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{F_1}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}}$$

$$P_{F_1} = \rho_{F_1} \cdot R \cdot T_{F_1} = \frac{\dot{m} \cdot R \cdot T_{F_1}}{V_{F_1} \cdot A_{F_1}} = \frac{\dot{m}}{A_{F_1} \cdot M_{F_1}} \sqrt{\frac{R \cdot T_{F_1}}{\gamma}}$$

$$\frac{\dot{m}}{A_{F_1} \cdot M_{F_1}} \sqrt{\frac{R \cdot T_{F_1}}{\gamma}} = \frac{P_{TF_1}}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{F_1}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}}$$

$$\frac{P_{TF_1} \cdot A_{F_1}}{\dot{m}} \sqrt{\frac{\gamma}{R \cdot T_{F_1}}} = \frac{1}{M_{F_1}} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{F_1}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

Portion F

$$P_{F_2} = \sqrt{P_{F_1}^2 - \frac{12\mu\dot{m}RT_F}{\pi h_F^3} \ln\left(\frac{r_{F_1}}{r_{F_2}}\right)}$$

$$V_{F_2} = \frac{\dot{m}}{\rho_{F_2} \cdot A_{F_2}} = \frac{\dot{m}}{\rho_{F_2} (2\pi r_{F_2} h_F)}$$

$$M_{F_2} = \frac{V_{F_2}}{\sqrt{\gamma R T_F}}$$

$$P_{TF_2} = P_{F_2} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{F_2}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

Au point F' : Contraction

$$P_{TF'} = P_{TF_2}$$

$$P_{TF'} = P_{F'} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{F'}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$P_{F'} = \rho_{F'} \cdot R \cdot T_{F'} = \frac{\dot{m} \cdot R \cdot T_{F'}}{V_{F'} \cdot A_{F'}} = \frac{\dot{m}}{A_{F'} \cdot M_{F'}} \sqrt{\frac{R \cdot T_{F'}}{\gamma}}$$

$$\frac{\dot{m}}{A_{F'} \cdot M_{F'}} \sqrt{\frac{R \cdot T_{F'}}{\gamma}} = \frac{P_{TF'}}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{F'}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}}$$

$$\frac{P_{TF'} \cdot A_{F'}}{\dot{m}} \sqrt{\frac{\gamma}{R \cdot T_{F'}}} = \frac{1}{M_{F'}} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{F'}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$Re_{G_1} = \frac{\rho_{G_1} V_{G_1} D_h}{\mu} = \frac{\dot{m}}{A_{G_1}} \frac{2h_G}{\mu} = \frac{\dot{m}}{\pi \cdot r_{G_1} \cdot \mu}$$

$$P_{TF'} - P_{TG_1} = K_{contaction}(P_{TF'} - P_{F'})$$

Portion G

$$P_{G_2} = \sqrt{P_{G_1}^2 - \frac{12\mu\dot{m}RT_G}{\pi h_G^3} \ln\left(\frac{r_{G_1}}{r_{G_2}}\right)}$$

$$V_{G_2} = \frac{\dot{m}}{\rho_{G_2} \cdot A_{G_2}} = \frac{\dot{m}}{\rho_{G_2} (2\pi r_{G_2} h_G)}$$

$$M_{G_2} = \frac{V_{G_2}}{\sqrt{\gamma R T_G}}$$

$$P_{TG_2} = P_{G_2} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{G_2}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

Au point G' : Expansion

$$P_{TG_2} - P_{TG'} = K_{expansion}(P_{TG_2} - P_{G_2})$$

$$Re_{G_2} = \frac{\rho_{G_2} V_{G_2} D_h}{\mu} = \frac{\dot{m}}{A_{G_2}} \frac{2h_G}{\mu} = \frac{\dot{m}}{\pi \cdot r_{G_2} \cdot \mu}$$

$$P_{TG_1} = P_{TG'}$$

$$P_{TG_1} = P_{G_1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{G_1}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$P_{G_1} = \frac{P_{TG_1}}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{G_1}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}}$$

$$P_{G_1} = \rho_{G_1} \cdot R \cdot T_{G_1} = \frac{\dot{m} \cdot R \cdot T_{G_1}}{V_{G_1} \cdot A_{G_1}} = \frac{\dot{m}}{A_{G_1} \cdot M_{G_1}} \sqrt{\frac{R \cdot T_{G_1}}{\gamma}}$$

$$\frac{\dot{m}}{A_{G_1} \cdot M_{G_1}} \sqrt{\frac{R \cdot T_{G_1}}{\gamma}} = \frac{P_{TG_1}}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{G_1}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}}$$

$$\frac{P_{TG_1} \cdot A_{G_1}}{\dot{m}} \sqrt{\frac{\gamma}{R \cdot T_{G_1}}} = \frac{1}{M_{G_1}} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{G_1}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

Les facteurs de contraction $K_{contraction}$ et d'expansion $K_{expansion}$ sont calculés à l'aide des expressions ci-dessous [7].

$$K_{contraction} = \frac{a_1}{Re} + \frac{a_2}{\ln(Re)} + \frac{a_3}{\ln(Re)^2} + \frac{a_4}{\ln(Re)^3} \text{ pour } (2 < Re < 100)$$

$$K_{contraction} = \frac{A}{Re} \text{ pour } (Re \leq 2)$$

Avec :

$$a_1 = 24.5930; a_2 = -1.7816; a_3 = 4.0952; a_4 = -2.4066$$

$$A = 22.04665$$

$$K_{expansion} = \frac{b_1}{Re} + \frac{b_2}{\ln(Re)} + \frac{b_3}{\ln(Re)^2} + \frac{b_4}{\ln(Re)^3} + b_5 * Re \text{ pour } (2 < Re < 100)$$

$$K_{expansion} = \frac{B}{Re} \text{ pour } (Re \leq 2)$$

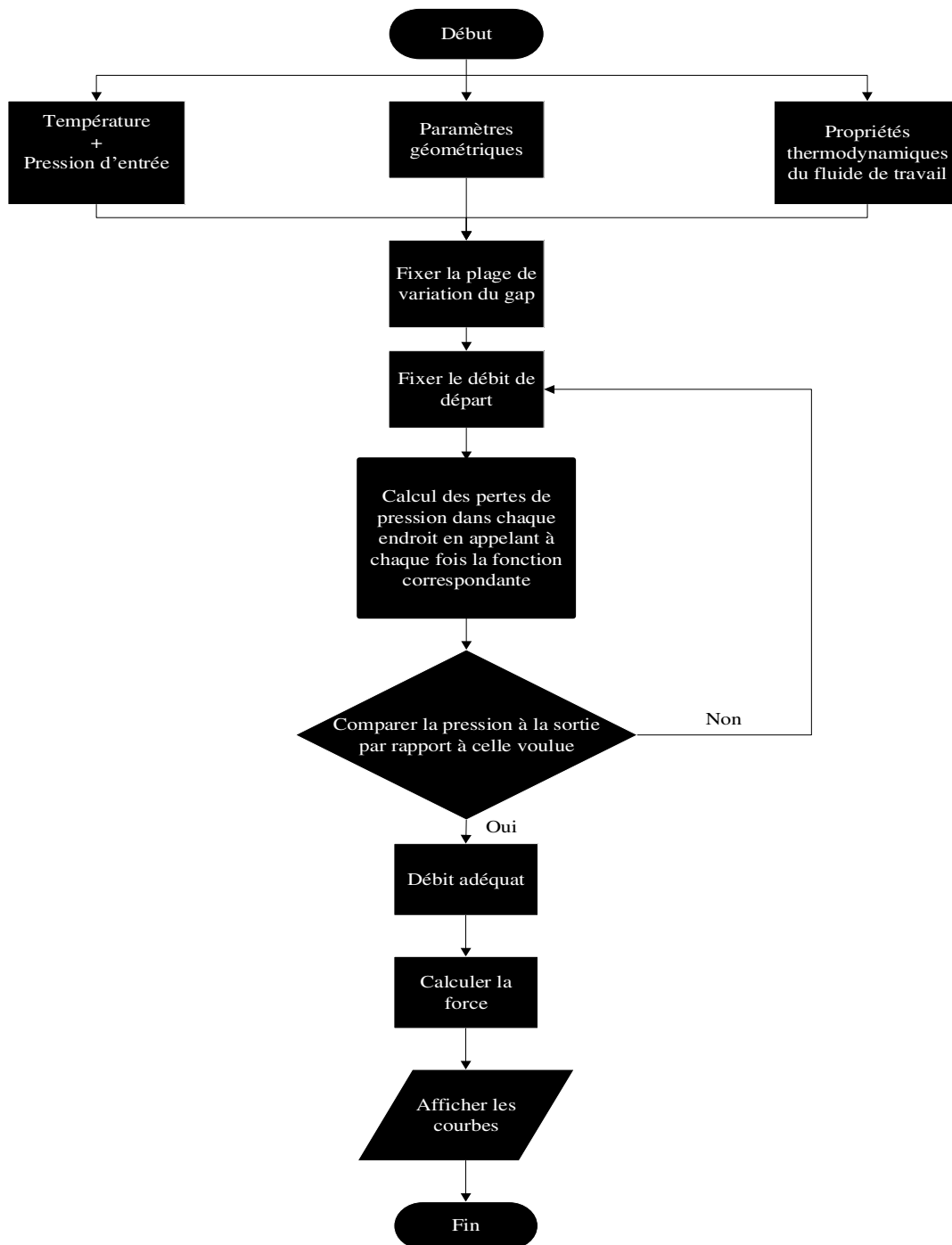
Avec :

$$b_1 = 11.5711; b_2 = 3.9264; b_3 = 4.8215; b_4 = -1.6422; b_5 = 0.0093$$

$$B = 33.1458$$

ANNEXE D

Cette annexe représente la démarche suivie pour le développement du script Matlab utilisé pour le calcul de la force appliquée par les paliers axiaux sur le rotor. Cette démarche est résumée dans l'organigramme ci-dessous.



ANNEXE E

Cette annexe représente le code Matlab utilisé pour le calcul de la force appliquée par les paliers axiaux sur le rotor.

```
clear all
% close all

%% propriétés géométriques du palier axial inférieur
Doribot=15.5e-6; % [m] (diamètre de l'orifice dessous)
Loribot=300e-6; % [m] (Longueur de l'orifice dessous)
Aoribot=pi*Doribot^2/4; %
Nboribot=40; % nombre des orifices dessous
Nbori_bouchesbot=0;% nombre des orifices bouchés dessous
roribot=1425e-6; % position radial des orifices dans le palier (distance entre le centre du
palier et le centre d'un orifice)
rinbot=1200e-6; % rayon intérieur du palier axial inférieur
routbot=1650e-6; % rayon extérieur du palier axial inférieur
%Propriété du fluide
T=273+20; %[K] température
R=287; % constante des gaz
k=1.4; % gamma
viscosite=(T/373).^0.7*0.0000171; % viscosité dynamique
%Pression d'opération et débit
Pinbot=6*1e5; % pression d'entrée de dessous fixe
Poutinbot=101325; % pression à la sortie extérieure du palier
Poutoutbot=101325; % pression à la sortie intérieure du palier
dPsortiebot=Poutinbot-Poutoutbot; % deltaP == 0
%% propriétés géométriques du palier axial supérieur
Loritop=300e-6; % Longueur des orifices
Doritop=14e-6; % Diamètre des orifices
roritop=850e-6; %position radial des orifices dans le palier
routtop=995e-6; % rayon extérieur du palier axial supérieur
Nboritop= 40; % nombre d'orifices dessus
Pintop=[1.3:1.16]*10^5; % pression à l'entrée du palier de dessus
Poutouttop=101325; % pression à la sortie
jeutop=[1:0.1:3.8]*1e-6; % jeu de dessus
jeutot=4.8*1e-6; % jeu total
jeubot=jeutot-jeutop; % jeu de dessous
%force de la turbine
Fturbine = ((1835*10^-6)^2-(1555*10^-6)^2)*pi*5000%1.0411e+05%;
%force du JB
FTBJB=pi*((2000*10^-6)^2-(1950*10^-6)^2)*2*10^5; % force du palier radial (elle
s'ajoute à la force de dessous)
```

```

%% prog dessous
%% les constantes detrminées par COMSOL
Aa=[-0.2794
    1.2794
    1.2386
    -0.2386
    0.5397
    0.4603];
com =0.6597;
nb_complexetop=0;% compteur
nb_complexebot=0;% compteur
kk =1; % compteur

for j=1:length(Pintop)
for i=1:length(jeutop)

    mdottop=2e-10; %valeur d'itération de départ
    trouveetop=1;
    pas=mdottop/2;

    while trouveetop

        %à l'entrée de l'orifice (1->2)
        Pt1top=Pintop(j);
        P1top=Pt1top;
        T1top=T;

        [Pt2top,P2top,T2top,M2top]=entree_orifice(Pt1top,P1top,T1top,mdottop,pi*Doritop^2/4,
        k,R);
        %
        %dans l'orifice

        [Pt3top,P3top,T3top,M3top]=orifice(Pt2top,P2top,T2top,mdottop,Doritop,Loritop,k,R);

        %de l'orifice au palier

        [Pt4top,P4top,T4top,M4top]=turn_ori_palier(Pt3top,P3top,T3top,mdottop,Doritop,jeutop
        (i),k,R);

        % Pertes dans l'écoulement radial (Calcul COMSOL)

        [Pt5top,P5top,M5top,P6top,ForceTBtop]=palier_auxTBtop(Nboritop,Pt4top,P4top,T4top
        ,mdottop,jeutop(i),roritop,viscosite,routtop,k,R)

```

```

if isreal(P6top)
    if abs(P6top-Poutouttop)<1
        bon_mdottop(i)= mdottop;
        FTBtop(i)=ForceTBtop;
        break
    elseif P6top<Poutouttop
        mdottop=mdottop-pas;
        pas=pas/10;
    else
        if nb_complexetop == 1
            pas = pas/10;
        end
        mdottop = mdottop+pas;
    end
    nb_complexetop = 0;
else
    mdottop=mdottop-pas;
    nb_complexetop=1;
end

end
mdotbot=2e-10; %valeur d'itération de départ
trouveebot=1;
pasbot=mdotbot/2;
while trouveebot
    %à l'entrée de l'orifice (1->2)
    Pt1bot=Pinbot;
    P1bot=Pt1bot;
    T1bot=T;

    [Pt2bot,P2bot,T2bot,M2bot]=entree_orifice(Pt1bot,P1bot,T1bot,mdotbot,Aoribot,k,R);

    %dans l'orifice

    [Pt3bot,P3bot,T3bot,M3bot]=orifice(Pt2bot,P2bot,T2bot,mdotbot,Doribot,Loribot,k,R);

    %de l'orifice au palier

    [Pt4bot,P4bot,T4bot,M4bot]=turn_ori_palier(Pt3bot,P3bot,T3bot,mdotbot,Doribot,jeubot
    (i),k,R);

    %dans le palier (inclus l'expansion de sortie)

    [Pt5bot,P5bot,M5bot,mdotinbot,Pt7bot,P7bot,M7bot,mdotoutbot,ForceTBbot,P6bot,P8b
    ot]=palier_auxTBbot(Pt4bot,P4bot,T4bot,mdotbot,dPsortiebot,jeubot(i),roribot,rinbot,rou
    tbot,k,R,Nboribot,com,Aa,Nbori_bouchesbot);

```

```

if isreal(P6bot)
    if abs(P6bot-Poutinbot)<1
        bon_mdotbot(i)=mdotbot
        FTBbot(i)=ForceTBbot;
        break
    elseif P6bot<Poutinbot
        mdotbot=mdotbot-pasbot;
        pasbot=pasbot/10;
    else
        if nb_complexebot==1;
            pasbot=pasbot/10
        end
        mdotbot=mdotbot+pasbot;
    end
    nb_complexebot=0;
else
    mdotbot=mdotbot-pasbot;
    nb_complexebot=1;
end
end
end
%%la somme des forces appliquées sur le rotor
Fstab =(FTBtop*Nboritop) - (FTBbot*Nboribot)-FTBJB+Fturbine; % la somme des
forces appliquées
ii = 1;
while ii < length(Fstab) & Fstab(ii)> 0
    ii=ii+1;
end
if ii==1
    bon_mdottopstab(kk)= min(bon_mdottop(j));
    bon_mdotbotstab(kk)= max(bon_mdotbot(j));
    JEUbotstab(kk)= max(jeubot(j));
    JEUtopstab(kk)= min(jeutop(j));
    Pintopstab(kk)=Pintop(j);
    kk = kk+1;
else
    if ii > 1 %length(Fstab)
        if(abs(Fstab(ii))<Fstab(ii-1))
            bon_mdottopstab(kk)= bon_mdottop(ii);
            bon_mdotbotstab(kk)= bon_mdotbot(ii);
            JEUtopstab(kk)= jeutop(ii);
            JEUbotstab(kk)= jeubot(ii);
            FZero(kk) =Fstab(ii);
            Pintopstab(kk)=Pintop(j);
        end
    end
end

```

```

        kk      = kk+1;

    else
        FZero(kk) =Fstab(ii-1);
        bon_mdottopstab(kk)= bon_mdottop(ii-1);
        bon_mdobotstab(kk)= bon_mdobot(ii-1);
        JEUbotstab(kk)= jeubot(ii-1);
        Pintopstab(kk)=Pintop(j);
        JEUtopstab(kk)= jeutop(ii-1);
        kk = kk+1;
    end

end

end
end
figure (1)
mm=smooth(,3)
ss=smooth(JEUbotstab,3)
hold on
grid on
plot(Pintopstab/10^5, bon_mdobotstab *Nboribot*1e6/0.021,'r','LineWidth',1.5)
xlabel('Pin_t_o_p(Bar)')
ylabel('débit_b_o_t(sscm)')

figure (2)
plot(Pintopstab/10^5, JEUbotstab *1e6,'r','LineWidth',1.5)
hold on
grid on
xlabel('Pin_t_o_p(bar)')
ylabel('jeu_b_o_t(μm)')

```

Les fonctions

```

function [Pt2,P2,T2,M2]=entree_orifice(Pt1,P1,T1,mdot,Aori,k,R)

viscosite=(T1/373).^0.7*0.0000171;

Re=mdot/Aori*2*(Aori/pi)^0.5/viscosite;

IR = log10(Re);
epsilon = 0.461465-0.2648592*IR+0.2030479*IR^2-
0.06602521*IR^3+0.01325519*IR^4-0.001058041*IR^5;
if Re<30
    alpha=33/Re+epsilon*1.5;
else
    phi=-1.62*IR+0.22*IR^2+3.29;
    alpha=phi+epsilon*1.5;

```



```

end
T2=T1;
%calcul de P2 et Pt2
V2=mdot*R*T2./(Aori*P1); %1ère approximation P2=P1
dPsol=2;
while abs(dPsol)>1
    M2=V2/(k*R*T2)^0.5;
    P2=mdot*R*T2./(V2*Aori);
    Pt2=Pt1-alpha*(P1+P2)/4/(R*T2)*V2^2;
    dPsol=Pt2*(1+(k-1)/2*M2^2)^(-k/(k-1))-mdot*R*T2/(V2*Aori);
    V2=mdot*R*T2/(Aori*(P2+dPsol)); %itération sur V2
end

```

```

function [Pt3,P3,T3,M3]=orifice(Pt2,P2,T2,mdot,Dori,Lori,k,R)

```

```

Aori=pi*Dori^2/4;

```

```

T3=T2;
viscosite=(T3/373).^0.7*0.0000171;

```

```

Re=mdot*4/(pi*Dori*viscosite)
f=16/Re;
V2=mdot*R*T2/(P2*Aori);
M2=V2/(k*R*T2)^0.5;

```

```

P3guest=(P2^2-256*viscosite*Lori*R*T3*mdot/(pi*Dori^4))^0.5;

```

```

dPsol=2;
while dPsol>1
    P3=(P2^2-4*f*Lori/Dori*k*M2^2*P2^2+2*k*M2^2*P2^2*log(P3guest/P2))^0.5;
    dPsol=P3guest-P3;
    P3guest=P3;
end

```

```

end
V3=mdot*R*T3/(P3*Aori);
M3=V3/(k*R*T3)^0.5;
Pt3=P3*(1+(k-1)/2*M3^2)^(k/(k-1));
end

```

```

function [Pt4,P4,T4,M4]=turn_ori_palier(Pt3,P3,T3,mdot,Dori,jeu,k,R);

```

```

Arest=pi*Dori*jeu;
T4=T3;
viscosite=(T4/273)^0.7*0.0000171;
Re=2*mdot/(pi*Dori*viscosite);

```

```

Kmti=Re/2000*0.31-0.122*(Re/2000)^2+0.282*(Re/2000)^3+0.179;
V4=mdot*R*T4/(Arest*P3); %1ère approximation
% keyboard
dPsol=2;
while abs(dPsol)>1;
    M4=V4/(k*R*T4)^0.5;
    P4=mdot*R*T4/(Arest*V4);
    Pt4=P4*(1+(k-1)/2*M4^2)^(k/(k-1));
    dPsol=P3-(Kmti*(Pt4-P4)+P4);
    V4=mdot*R*T4/(Arest*(P4+dPsol)); %itération sur V4
end
end

function[Pt5,P5,M5,mdotin,Pt7,P7,M7,mdotout,ForceTB,P6,P8]=palier_auxTBbot(Pt4,P
4,T4,mdot,dPsortie,jeu,rori,rin,rout,k,R,Nbori,com,Aa,Nbori_bouches)

viscosite=(T4/373).^0.7*0.0000171;
mdotin=mdot/(1+log(rori/rin)/log(rout/rori));
mdotout=mdot-mdotin;

mdotin=mdotin*(Nbori-Nbori_bouches)/com;
mdotout=mdotout*(Nbori-Nbori_bouches)/com;

P5=(P4^2-mdotin/(pi*jeu^3)*12*viscosite*R*T4*log(rori/rin))^0.5;
mdotin=mdotin*com;
Ain=pi*2*rin*jeu;
V5=mdotin*R*T4/(Ain*P5);
M5=V5/(k*R*T4)^0.5;
Pt5=P5*(1+(k-1)/2*M5^2)^(k/(k-1));

P7=(P4^2-mdotout/(pi*jeu^3)*12*viscosite*R*T4*log(rout/rori))^0.5;
mdotout=mdotout*com;
Aout=pi*2*rout*jeu;
V7=mdotout*R*T4/(Aout*P7);
M7=V7/(k*R*T4)^0.5;
Pt7=P7*(1+(k-1)/2*M7^2)^(k/(k-1));

%à la sortie des paliers
[Pt6,P6]=sortie_palier(Pt5,P5,T4,mdotin/(pi*2*rin*jeu),jeu,k,R);
[Pt8,P8]=sortie_palier(Pt7,P7,T4,mdotout/(pi*2*rout*jeu),jeu,k,R);
dPcalcule=P6-P8;
erreur=dPcalcule-dPsortie;

while abs(erreur)>10 & isreal(P5)
    P5=P5-erreur/2;

```

```

P7=P5;
mdotinP=(P4^2-P5^2)*pi*jeu^3/(12*viscosite*R*T4*log(rori/rin));
mdotoutP=(P4^2-P7^2)*pi*jeu^3/(12*viscosite*R*T4*log(rout/rori));
mdotinP=mdotinP/(Nbori-Nbori_bouches)*com;
mdotoutP=mdotoutP/(Nbori-Nbori_bouches)*com;
mdotP=(mdotinP+mdotoutP);

ratiomdot=mdot/mdotP;
ratiocarreP=(ratiomdot-Aa(6))/Aa(5);
ratiomdotin=Aa(1)*ratiocarreP+Aa(2);
ratiomdotout=Aa(3)*ratiocarreP+Aa(4);

mdotin=mdotinP*ratiomdotin*(Nbori-Nbori_bouches);
mdotout=mdotoutP*ratiomdotout*(Nbori-Nbori_bouches);

V5=mdotin*R*T4/(Ain*P5);
M5=V5/(k*R*T4)^0.5;
Pt5=P5*(1+(k-1)/2*M5^2)^(k/(k-1));

P7=(P4^2-ratiocarreP*(P4^2-P5^2))^0.5;
V7=mdotout*R*T4/(Aout*P7);
M7=V7/(k*R*T4)^0.5;
Pt7=P7*(1+(k-1)/2*M7^2)^(k/(k-1));

%à la sortie des paliers
[Pt6,P6]=sortie_palier(Pt5,P5,T4,mdotin/(pi*2*rin*jeu),jeu,k,R);
[Pt8,P8]=sortie_palier(Pt7,P7,T4,mdotout/(pi*2*rout*jeu),jeu,k,R);

dPcalcule=P6-P8;
erreur=dPcalcule-dPsortie;
end

Rin=[rin:1e-7:rori];
Pin_r=(P5^2+12*viscosite*R*T4/(pi*jeu^3)*mdotin*log(Rin/rin)).^0.5;

Rout=[rori:1e-7:rout];
Pout_r=(P7^2+12*viscosite*R*T4/(pi*jeu^3)*mdotout*log(rout./Rout)).^0.5;

Fin=trapz(Rin,Rin.*Pin_r)*2*pi;
Fout=trapz(Rout,Rout.*Pout_r)*2*pi;

ForceTB=(Fin+Fout)/(Nbori-Nbori_bouches);
mdotin=mdotin/(Nbori-Nbori_bouches);
mdotout=mdotout/(Nbori-Nbori_bouches);
end

```

```

function[Pt5,P5,M5,P6,ForceTB]=palier_auxTBtop(Nbori,Pt4,P4,T4,mdot,jeu,rori,viscos
ite,rout,k,R)
mdot=mdot/0.82*Nbori;
% mdot=mdot*Nbori;
P5=(P4^2-mdot/(pi*jeu^3)*12*viscosite*R*T4*log(rout/rori))^0.5;
mdot=mdot*0.76;
Ain=pi*2*rout*jeu;
V5=mdot*R*T4/(Ain*P5);
M5=V5/(k*R*T4)^0.5;
Pt5=P5*(1+(k-1)/2*M5^2)^(k/(k-1));
[Pt6,P6]=sortie_palier(Pt5,P5,T4,mdot/(pi*2*rout*jeu),jeu,k,R);
Rin=[0:1e-7:rori];
Pin_r=P4;

Rout=[rori:1e-7:rout];
Pout_r=(P5^2+12*viscosite*R*T4/(pi*jeu^3)*mdot*log(rout./Rout)).^0.5;

Fin=trapz(Rin,Rin.*Pin_r)*2*pi
Fout=trapz(Rout,Rout.*Pout_r)*2*pi

ForceTB=(Fin+Fout)/Nbori;
end

```

Pompe

```

%clear all
%clc
% close all
omega=60000*2*pi/60;
T1=296; %Température de l'eau en [K]
alpha=16; %angle en degré
% mdot=linspace(0,0.0000167,20) %débit en [kg/s]
% mdot=3.1*10^-6;
h2=0.65*10^-6; %jeu minimal entre le rotor et la pompe en [m]
h1=4.5*10^-6+h2; %profondeur de la rainure en [m]
r1=600*10^-6; %rayon intérieur de la pompe en [m]
r2=920*10^-6; %rayon extérieur de la pompe en [m]
Nbre=16; %nombre de rainure
gama=3.08;%la largeur de la crête sur la largeur de la rainure
a=pi*alpha/180; %Angle en radians
eta=(2.414*10^-5)*10^(247.8/(T1-140)) %Viscosité dynamique de l'eau (m^2/s)
rho=1490-(1.18634*T1)-(3518/T1)^2 %Densité de l'eau (kg/m^3)
p0=101325; %Pression atmosphérique (Pa)
dr=r2-r1;
H=h2/h1;
m=2*Nbre;
lamda=r1/r2;
S2=mdot*(1+gama)/(pi*r2^2.*omega*h1*rho);

```

```

S1=mdot*(1+gama)./(pi*r2^2.*omega*h1*rho);
K2=-h1^2*p0./(6*eta.*omega*r2*dr);
K1=-h1^2*p0./(6*eta.*omega*r1*dr);
A1_2=(-gama*(1-H)*(1+gama*H^3)+S2*gama*cot(a)*(1-
H^3))/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*cot(a)^2*(1+gama)^2)/K2;
A1_1=(-gama*(1-H)*(1+gama*H^3)+S1*gama*cot(a)*(1-
H^3))/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*cot(a)^2*(1+gama)^2)/K1;
C1_2=(gama*H^3*cot(a)*(1+gama)*(1-
H)+S2*(gama+H^3+H^3*cot(a)^2*(1+gama)))/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*cot(
a)^2*(1+gama)^2)/K2;
C1_1=(gama*H^3*cot(a)*(1+gama)*(1-
H)+S1*(gama+H^3+H^3*cot(a)^2*(1+gama)))/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*cot(
a)^2*(1+gama)^2)/K1;
Fr2=A1_2*cot(a)/(A1_2*cot(a)+C1_2);
Fr1=A1_1*cot(a)/(A1_1*cot(a)+C1_1);
D2=pi/m*(1-alpha/90)*tan(a)^2/(1+gama)*(1-H^3)/(1+H^3).*Fr2;
D1=pi/m*(1-alpha/90)*tan(a)^2/(1+gama)*(1-H^3)/(1+H^3).*Fr1;
r2eff=r2*exp(-D2);
r1eff=r1*exp(D1);
r_2eff=r2eff;
r_1eff=r1eff;
g1=gama*H^2/tan(a)*(1-H)*(1-
H^3)/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*(1/tan(a))^2*(1+gama)^2);
A=H^2*(1+(1/tan(a))^2)*(gama+H^3)/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*(1/tan(a))^2*(
1+gama)^2);
g2=((gama+H)+3*gama*H*(1-
H)^2*(1+gama*H^3)/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*(1/tan(a))^2*(1+gama)^2))/(1
+gama);
B=3*gama*H/tan(a)*(1-H)*(1-
H^3)/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*(1/tan(a))^2*(1+gama)^2);
C2=(exp(-2*D2)-lamda^2*exp(2*D1))/(1-lamda^2);
g3=(1+gama)*H^2*(1+(1/tan(a))^2)*(gama+H^3)/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*(
1/tan(a))^2*(1+gama)^2);
dp=3*eta*omega*(r2eff^2-r1eff^2)*g1/h2^2-
6*eta*mdot*(1+gama)*A*log(r2eff/r1eff)/(pi*rho*h1*h2^2)-1/8*rho*omega^2*(r2^2-
r1^2);
T=pi*eta.*omega*r2^4*(1-lamda^4)*g2/2/h2 - B*(r2^2-r1^2)*eta*mdot/(rho*h1*h2)
P=T.*omega
force=3*pi*eta*omega*r2^4*(1-lamda^2)^2*g1*C2^2/(2*h2^2)-
12*eta*mdot*g3/(rho*h1*h2^2)*((r2eff^2-r1eff^2)/4+r1eff^2/2*log(r1eff/r2eff))-
pi/16*rho*omega^2*(r2^4-r1^4);
dp=dp/1e6
omega=omega*60/2/pi/10^3;
figure (2)
plot(mdot*10^6,dp)
axis([0 7 0 2])

```

```
xlabel('débit [mg/s]');
ylabel('différence de pression [MPa]');
```

Joint annulaire

```
% close all
clear all
clc
jeu_nominal=0.5*10^-6;
T=293;
R=287;
k=1.4;
Pe_joint_bot=2*101325;
% Pe_joint_bot=[1.02:0.05:4]*10^5;
viscosite=(T/373).^0.7*0.0000171; % viscosité dynamique
m_dot=1e-10;%pour commencer
Pcentre=101325;
% for k=1:length(jeu_nominal)
test=1;
while abs(test)>1e-5
    m_dot=m_dot+m_dot*test*0.1;
    % entrée (contraction)
    jeu_entree=jeu_nominal;
    r_in=1970*10^-6;
    j=1;
    r(j)=r_in;
    Pstatique(j)=Pe_joint_bot;
    jeu=jeu_entree;
    A_entree=pi*2*r_in*jeu;
    temp=(m_dot/A_entree)*R*T/Pe_joint_bot/(k*R*T)^0.5;
    M = fzero(@(M) 1/M*(1+(k-1)/2*M^2)^(k/(k-1))-temp,1);
    Psout=Pe_joint_bot/(1+(k-1)/2*M^2)^(k/(k-1));
    [Ptout,Psout]=contraction(Pe_joint_bot,Psout,T,m_dot/A_entree,jeu,k,R);
    j=j+1;
    r(j)=r_in;
    Pstatique(j)=Psout;
    r_out=1945e-6;
    nb_pts=11;
    for i=2:nb_pts
        j=j+1;
        r(j)=r_in-(r_in-r_out)*((i-1)/(nb_pts-1));
        Pstatique(j) =sqrt(Psout^2-12*viscosite*R*T*m_dot/(jeu^3*pi)*log(r_in/r(j)));
    end
    Psout =Pstatique(j) ;
    rho=Psout/R/T;
    V=m_dot/rho/(r_out*2*pi*jeu);
```

```

M=V/sqrt(k*R*T);
Ptout = Psout*(1+(k-1)/2*M^2)^(k/(k-1));
% expansion
jeu=jeu_nominal;
A_exp=2*pi*r(j)*jeu;
Ptout=expansion(Ptout,Psout,T,m_dot/A_exp,jeu,k,R);
jeu=(4.5*10^-6)+jeu_nominal;
aire=pi*2*r_out*jeu;
temp=(m_dot/aire)*R*T/Ptout/(k*R*T)^0.5;
M = fzero(@(M) 1/M*(1+(k-1)/2*M^2)^(k/(k-1))-temp,1);
Psout=Ptout/(1+(k-1)/2*M^2)^(k/(k-1));
j=j+1;
r(j)=r_out;
Pstatique(j)=Psout;
% plat1
r_out_plat=1895*10^-6;
nb_pts=11;
for i=2:nb_pts
    j=j+1;
    r(j)=r_out-(r_out-r_out_plat)*((i-1)/(nb_pts-1));
    Pstatique(j) =sqrt(Psout^2-12*viscosite*R*T*m_dot/(jeu^3*pi)*log(r_out/r(j)));
end
Psout =Pstatique(j) ;
rho=Psout/R/T;
V=m_dot/rho/(r_out_plat*2*pi*jeu);
M=V/sqrt(k*R*T);
Ptout = Psout*(1+(k-1)/2*M^2)^(k/(k-1));
% contraction 2
jeu_contraction=jeu_nominal;
jeu=jeu_contraction;
A_cont=2*pi*r(j)*jeu;
temp=(m_dot/A_cont)*R*T/Ptout/(k*R*T)^0.5;
M = fzero(@(M) 1/M*(1+(k-1)/2*M^2)^(k/(k-1))-temp,1);
Psout=Ptout/(1+(k-1)/2*M^2)^(k/(k-1));
[Ptout,Psout]=contraction(Ptout,Psout,T,m_dot/A_cont,jeu,k,R);

```

```

r_in=1895*10^-6;
j=j+1;
r(j)=r_in;
Pstatique(j)=Psout;
r_out=1870e-6;
nb_pts=11;
for i=2:nb_pts
    j=j+1;
    r(j)=r_in-(r_in-r_out)*((i-1)/(nb_pts-1));

```

```

    Pstatique(j) =sqrt(Psout^2-12*viscosite*R*T*m_dot/(jeu^3*pi)*log(r_in/r(j)));
end
Psout =Pstatique(j) ;
rho=Psout/R/T;
V=m_dot/rho/(r_out*2*pi*jeu);
M=V/sqrt(k*R*T);
Ptout = Psout*(1+(k-1)/2*M^2)^(k/(k-1));

% expansion2
jeu=jeu_nominal;
A_exp=2*pi*r(j)*jeu;
Ptout=expansion(Ptout,Psout,T,m_dot/A_exp,jeu,k,R);
jeu=(4.5*10^-6)+jeu_nominal;
aire=pi*2*r_out*jeu;
temp=(m_dot/aire)*R*T/Ptout/(k*R*T)^0.5;
M = fzero(@(M) 1/M*(1+(k-1)/2*M^2)^(k/(k-1))-temp,1);
Psout=Ptout/(1+(k-1)/2*M^2)^(k/(k-1));
j=j+1;
r(j)=r_out;
Pstatique(j)=Psout;
% plat2
r_out_plat=1820*10^-6;
nb_pts=11;
for i=2:nb_pts
    j=j+1;
    r(j)=r_out-(r_out-r_out_plat)*((i-1)/(nb_pts-1));
    Pstatique(j) =sqrt(Psout^2-12*viscosite*R*T*m_dot/(jeu^3*pi)*log(r_out/r(j)));
end
Psout =Pstatique(j) ;
rho=Psout/R/T;
V=m_dot/rho/(r_out_plat*2*pi*jeu);
M=V/sqrt(k*R*T);
Ptout = Psout*(1+(k-1)/2*M^2)^(k/(k-1));
% contraction 3
jeu_contraction=jeu_nominal;
jeu=jeu_contraction;
A_cont=2*pi*r(j)*jeu;
temp=(m_dot/A_cont)*R*T/Ptout/(k*R*T)^0.5;
M = fzero(@(M) 1/M*(1+(k-1)/2*M^2)^(k/(k-1))-temp,1);
Psout=Ptout/(1+(k-1)/2*M^2)^(k/(k-1));
[Ptout,Psout]=contraction(Ptout,Psout,T,m_dot/A_cont,jeu,k,R);

r_in=1820*10^-6;
j=j+1;
r(j)=r_in;

```



```

Pstatique(j)=Psout;
r_out=1795e-6;
nb_pts=11;
for i=2:nb_pts
    j=j+1;
    r(j)=r_in-(r_in-r_out)*((i-1)/(nb_pts-1));
    Pstatique(j) =sqrt(Psout^2-12*viscosite*R*T*m_dot/(jeu^3*pi)*log(r_in/r(j)));
end
Psout =Pstatique(j) ;
rho=Psout/R/T;
V=m_dot/rho/(r_out*2*pi*jeu);
M=V/sqrt(k*R*T);
Ptout = Psout*(1+(k-1)/2*M^2)^(k/(k-1));
% expansion3
jeu=jeu_nominal;
A_exp=2*pi*r(j)*jeu;
Ptout=expansion(Ptout,Psout,T,m_dot/A_exp,jeu,k,R);
jeu=(4.5*10^-6)+jeu_nominal;
aire=pi*2*r_out*jeu;
temp=(m_dot/aire)*R*T/Ptout/(k*R*T)^0.5;
M = fzero(@(M) 1/M*(1+(k-1)/2*M^2)^(k/(k-1))-temp,1);
Psout=Ptout/(1+(k-1)/2*M^2)^(k/(k-1));
j=j+1;
r(j)=r_out;
Pstatique(j)=Psout;
% plat3
r_out_plat=1745*10^-6;
nb_pts=11;
for i=2:nb_pts
    j=j+1;
    r(j)=r_out-(r_out-r_out_plat)*((i-1)/(nb_pts-1));
    Pstatique(j) =sqrt(Psout^2-12*viscosite*R*T*m_dot/(jeu^3*pi)*log(r_out/r(j)));
end
Psout =Pstatique(j) ;
rho=Psout/R/T;
V=m_dot/rho/(r_out_plat*2*pi*jeu);
M=V/sqrt(k*R*T);
Ptout = Psout*(1+(k-1)/2*M^2)^(k/(k-1));
% contraction 4
jeu_contraction=jeu_nominal;
jeu=jeu_contraction;
A_cont=2*pi*r(j)*jeu;
temp=(m_dot/A_cont)*R*T/Ptout/(k*R*T)^0.5;
M = fzero(@(M) 1/M*(1+(k-1)/2*M^2)^(k/(k-1))-temp,1);
Psout=Ptout/(1+(k-1)/2*M^2)^(k/(k-1));
[Ptout,Psout]=contraction(Ptout,Psout,T,m_dot/A_cont,jeu,k,R);

```

```

r_in=1745*10^-6;
j=j+1;
    r(j)=r_in;
    Pstatique(j)=Psout;
    r_out=1720e-6;
    nb_pts=11;
    for i=2:nb_pts
        j=j+1;
        r(j)=r_in-(r_in-r_out)*((i-1)/(nb_pts-1));
        Pstatique(j) =sqrt(Psout^2-12*viscosite*R*T*m_dot/(jeu^3*pi)*log(r_in/r(j)));
    end
    Psout =Pstatique(j) ;
    rho=Psout/R/T;
    V=m_dot/rho/(r_out*2*pi*jeu);
    M=V/sqrt(k*R*T);
    Ptout = Psout*(1+(k-1)/2*M^2)^(k/(k-1));
% expansion4
    jeu=jeu_nominal;
    A_exp=2*pi*r(j)*jeu;
    Ptout=expansion(Ptout,Psout,T,m_dot/A_exp,jeu,k,R);
    Psout=Ptout;
    j=j+1;
    r(j)=r_out;
    Pstatique(j)=Psout;
    test=(Psout-Pcentre)/Pcentre;
end
force=-trapz(r,r.*Pstatique)*2*pi
% bon_m_dot(k)=m_dot*10^6;
figure(1)
plot (r*10^6,Pstatique/10^5)
grid on
hold on
% end
figure(2)
% plot((Pe_joint_bot-Psout)*10^-5,bon_m_dot)
plot((jeu_nominal)*10^6,bon_m_dot)
grid on
figure(3)
% plot((Pe_joint_bot-Psout)*10^-5,force)
plot((jeu_nominal)*10^6,force)
grid on

```

Joint Herringbone

```
clear all
```

```

clc
%% joint centrifuge cote pompe
omega=100000*2*pi/60;
T1=296; %Température de l'eau en [K]
alpha=16; %angle en degré
mdot=linspace(0,0.0000167,20) %débit en [kg/s]
h2=0.5*10^-6; %jeu minimal entre le rotor et la pompe en [m]
h1=5*10^-6+h2; %profondeur de la rainure en [m]
r1=1010*10^-6; %rayon intérieur de la pompe en [m]
r2=1045*10^-6; %rayon extérieur de la pompe en [m]
Nbre=40; %nombre de rainure
gama=1;%la largeur de la crête sur la largeur de la rainure
a=pi*alpha/180; %Angle en radians
eta=1.8e-5 %Viscosité dynamique de l'eau (m^2/s)
rho=1.2 %Densité de l'eau (kg/m^3)
p0=101325; %Pression atmosphérique (Pa)
dr=r2-r1;
H=h2/h1;
m=2*Nbre;
lamda=r1/r2;
S2=mdot*(1+gama)/(pi*r2^2.*omega*h1*rho);
S1=mdot*(1+gama)/(pi*r2^2.*omega*h1*rho);
K2=-h1^2*p0/(6*eta.*omega*r2*dr);
K1=-h1^2*p0/(6*eta.*omega*r1*dr);
A1_2=(-gama*(1-H)*(1+gama*H^3)+S2*gama*cot(a)*(1-
H^3))/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*cot(a)^2*(1+gama)^2)/K2;
A1_1=(-gama*(1-H)*(1+gama*H^3)+S1*gama*cot(a)*(1-
H^3))/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*cot(a)^2*(1+gama)^2)/K1;
C1_2=(gama*H^3*cot(a)*(1+gama)*(1-
H)+S2*(gama+H^3+H^3*cot(a)^2*(1+gama)))/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*cot(
a)^2*(1+gama)^2)/K2;
C1_1=(gama*H^3*cot(a)*(1+gama)*(1-
H)+S1*(gama+H^3+H^3*cot(a)^2*(1+gama)))/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*cot(
a)^2*(1+gama)^2)/K1;
Fr2=A1_2*cot(a)/(A1_2*cot(a)+C1_2);
Fr1=A1_1*cot(a)/(A1_1*cot(a)+C1_1);
D2=pi/m*(1-alpha/90)*tan(a)*2/(1+gama)*(1-H^3)/(1+H^3).*Fr2;
D1=pi/m*(1-alpha/90)*tan(a)*2/(1+gama)*(1-H^3)/(1+H^3).*Fr1;
r2eff=r2*exp(-D2);
r1eff=r1*exp(D1);
r_2eff=r2eff;
r_1eff=r1eff;
g1=gama*H^2/tan(a)*(1-H)*(1-
H^3)/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*(1/tan(a))^2*(1+gama)^2);
A=H^2*(1+(1/tan(a))^2)*(gama+H^3)/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*(1/tan(a))^2*
(1+gama)^2);

```

```

g2=((gama+H)+3*gama*H*(1-
H)^2*(1+gama*H^3)/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*(1/tan(a))^2*(1+gama)^2))/(1
+gama);
B=3*gama*H/tan(a)*(1-H)*(1-
H^3)/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*(1/tan(a))^2*(1+gama)^2);
C2=(exp(-2*D2)-lamda^2*exp(2*D1))/(1-lamda^2);
g3=(1+gama)*H^2*(1+(1/tan(a))^2)*(gama+H^3)/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*(
1/tan(a))^2*(1+gama)^2);
dp1=3*eta*omega*(r2eff^2-r1eff^2)*g1/h2^2-
6*eta*mdot*(1+gama)*A*log(r2eff/r1eff)/(pi*rho*h1*h2^2)+1/8*rho*omega^2*(r2^2-
r1^2);
force1=3*pi*eta*omega*r2^4*(1-lamda^2)^2*g1*C2^2/(2*h2^2)-
12*eta*mdot*g3/(rho*h1*h2^2)*((r2eff^2-
r1eff^2)/4+r1eff^2/2*log(r1eff/r2eff))+pi/16*rho*omega^2*(r2^4-r1^4);
%% joint centrifuge cote TB
% omega=100000*2*pi/60;
T1=296; %Température de l'eau en [K]
alpha=16; %angle en degré
% mdot=linspace(0,0.0000167,20) %débit en [kg/s]
h2=0.5*10^-6; %jeu minimal entre le rotor et la pompe en [m]
h1=5*10^-6+h2; %profondeur de la rainure en [m]
r1=1075*10^-6; %rayon intérieur de la pompe en [m]
r2=1110*10^-6; %rayon extérieur de la pompe en [m]
Nbre=35; %nombre de rainure
gama=1.26;%la largeur de la crête sur la largeur de la rainure
a=pi*alpha/180; %Angle en radians
p0=101325; %Pression atmosphérique (Pa)
R=287;
eta=1.6e-5 %Viscosité dynamique de l'eau (m^2/s)
rho=0.64 %Densité de l'eau (kg/m^3)

dr=r2-r1;
H=h2/h1;
m=2*Nbre;
lamda=r1/r2;
S2=mdot*(1+gama)/(pi*r2^2.*omega*h1*rho);
S1=mdot*(1+gama)/(pi*r2^2.*omega*h1*rho);
K2=-h1^2*p0/(6*eta.*omega*r2*dr);
K1=-h1^2*p0/(6*eta.*omega*r1*dr);
A1_2=(-gama*(1-H)*(1+gama*H^3)+S2*gama*cot(a)*(1-
H^3))/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*cot(a)^2*(1+gama)^2)/K2;
A1_1=(-gama*(1-H)*(1+gama*H^3)+S1*gama*cot(a)*(1-
H^3))/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*cot(a)^2*(1+gama)^2)/K1;
C1_2=(gama*H^3*cot(a)*(1+gama)*(1-
H)+S2*(gama+H^3+H^3*cot(a)^2*(1+gama)))/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*cot(
a)^2*(1+gama)^2)/K2;

```

```

C1_1=(gama*H^3*cot(a)*(1+gama)*(1-
H)+S1*(gama+H^3+H^3*cot(a)^2*(1+gama)))/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*cot(
a)^2*(1+gama)^2)/K1;
Fr2=A1_2*cot(a)/(A1_2*cot(a)+C1_2);
Fr1=A1_1*cot(a)/(A1_1*cot(a)+C1_1);
D2=pi/m*(1-alpha/90)*tan(a)^2/(1+gama)*(1-H^3)/(1+H^3).*Fr2;
D1=pi/m*(1-alpha/90)*tan(a)^2/(1+gama)*(1-H^3)/(1+H^3).*Fr1;
r2eff=r2*exp(-D2);
r1eff=r1*exp(D1);
r_2eff=r2eff;
r_1eff=r1eff;
g1=gama*H^2/tan(a)*(1-H)*(1-
H^3)/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*(1/tan(a))^2*(1+gama)^2);
A=H^2*(1+(1/tan(a))^2)*(gama+H^3)/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*(1/tan(a))^2*
(1+gama)^2);
g2=((gama+H)+3*gama*H*(1-
H)^2*(1+gama*H^3)/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*(1/tan(a))^2*(1+gama)^2))/(1
+gama);
B=3*gama*H/tan(a)*(1-H)*(1-
H^3)/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*(1/tan(a))^2*(1+gama)^2);
C2=(exp(-2*D2)-lamda^2*exp(2*D1))/(1-lamda^2);
g3=(1+gama)*H^2*(1+(1/tan(a))^2)*(gama+H^3)/((1+gama*H^3)*(gama+H^3)+H^3*(
1/tan(a))^2*(1+gama)^2);
dp2=3*eta*omega*(r2eff^2-r1eff^2)*g1/h2^2-
6*eta*mdot*(1+gama)*A*log(r2eff/r1eff)/(pi*rho*h1*h2^2)-1/8*rho*omega^2*(r2^2-
r1^2);
force2=3*pi*eta*omega*r2^4*(1-lamda^2)^2*g1*C2^2/(2*h2^2)-
12*eta*mdot*g3/(rho*h1*h2^2)*((r2eff^2-r1eff^2)/4+r1eff^2/2*log(r1eff/r2eff))-
pi/16*rho*omega^2*(r2^4-r1^4);
%joint centrifuge
plot(mdot*10^6,dp1,'-')
xlabel('débit [mg/s]');
ylabel('différence de pression [Pa]');
% axis([ 0 0.015 0 2200])
grid on
hold on
plot(mdot*10^6,dp2,'--')
force=force1+force2

```

Détermination du coefficient de correction

function [mdotreel,mdot45,mdot47,forcereel]=reel(Nbori,Dori,rin, rout, r4, P4, P7,P5, h,mu, R, T,angle)

```

%
% reel.m
%
```

% Model exported on Jun 3 2020, 16:39 by COMSOL 5.4.0.346.

```
import com.comsol.model.*
import com.comsol.model.util.*

model = ModelUtil.create('Model');

model.modelPath('C:\Users\bels2920\Desktop\11-05-2020');

model.component.create('comp1', true);

model.component('comp1').geom.create('geom1', 2);

model.component('comp1').mesh.create('mesh1');

model.component('comp1').physics.create('c', 'CoefficientFormPDE', {'P'});
model.component('comp1').physics('c').field('dimensionless').field('P');
model.component('comp1').physics('c').prop('Units').set('DependentVariableQuantity',
'pressure');
model.component('comp1').physics('c').prop('Units').set('SourceTermQuantity',
'pressure');

model.study.create('std1');
model.study('std1').setGenConv(true);
model.study('std1').create('stat', 'Stationary');
model.study('std1').feature('stat').activate('c', true);

model.param.set('P4', '161000');
model.param.set('P7', '101325');
model.param.set('P5', '101325');

model.component('comp1').geom('geom1').lengthUnit([native2unicode(hex2dec({'00'
'b5'}), 'unicode') 'm']);
model.component('comp1').geom('geom1').create('c1', 'Circle');
model.component('comp1').geom('geom1').feature('c1').set('r', 1970);
model.component('comp1').geom('geom1').feature('c1').set('angle', 3.46);
model.component('comp1').geom('geom1').run('c1');
model.component('comp1').geom('geom1').run('c1');
model.component('comp1').geom('geom1').create('c2', 'Circle');
model.component('comp1').geom('geom1').scaleUnitValue(true);
model.component('comp1').geom('geom1').scaleUnitValue(false);
model.component('comp1').geom('geom1').feature('c2').set('r', 1750);
model.component('comp1').geom('geom1').feature('c2').set('angle', 3.46);
model.component('comp1').geom('geom1').run('c2');
model.component('comp1').geom('geom1').run('c2');
model.component('comp1').geom('geom1').create('c3', 'Circle');
```

```

model.component('comp1').geom('geom1').feature('c3').set('r', 5);
model.component('comp1').geom('geom1').feature('c3').set('angle', 180);
model.component('comp1').geom('geom1').feature('c3').set('pos', [1857 0]);
model.component('comp1').geom('geom1').run('c3');
model.component('comp1').geom('geom1').run('c3');
model.component('comp1').geom('geom1').create('dif1', 'Difference');
model.component('comp1').geom('geom1').feature('dif1').selection('input').set({'c1'});
model.component('comp1').geom('geom1').feature('dif1').selection('input2').set({'c2'
'c3'});
model.component('comp1').geom('geom1').runPre('fin');
model.component('comp1').geom('geom1').run('fin');

```

```

model.component('comp1').physics('c').feature('cfeq1').setIndex('c', {'P' '0' '0' 'P'}, 0);
model.component('comp1').physics('c').feature('cfeq1').setIndex('f', 0, 0);
model.component('comp1').physics('c').feature('cfeq1').setIndex('da', 0, 0);
model.component('comp1').physics('c').feature('init1').set('P', 101325);
model.component('comp1').physics('c').create('dir1', 'DirichletBoundary', 1);
model.component('comp1').physics('c').feature('dir1').selection.set([5 6]);
model.component('comp1').physics('c').feature('dir1').setIndex('r', 'P4', 0);
model.component('comp1').physics('c').create('dir2', 'DirichletBoundary', 1);
model.component('comp1').physics('c').feature('dir2').selection.set([4]);
model.component('comp1').physics('c').feature('dir2').setIndex('r', 'P5', 0);
model.component('comp1').physics('c').create('dir3', 'DirichletBoundary', 1);
model.component('comp1').physics('c').feature('dir3').selection.set([7]);
model.component('comp1').physics('c').feature('dir3').setIndex('r', 'P7', 0);

```

```

model.component('comp1').mesh('mesh1').autoMeshSize(2);
model.component('comp1').mesh('mesh1').run;

```

```

model.sol.create('sol1');
model.sol('sol1').study('std1');

```

```

model.study('std1').feature('stat').set('notlistsolnum', 1);
model.study('std1').feature('stat').set('notsolnum', '1');
model.study('std1').feature('stat').set('listsolnum', 1);
model.study('std1').feature('stat').set('solnum', '1');

```

```

model.sol('sol1').create('st1', 'StudyStep');
model.sol('sol1').feature('st1').set('study', 'std1');
model.sol('sol1').feature('st1').set('studystep', 'stat');
model.sol('sol1').create('v1', 'Variables');
model.sol('sol1').feature('v1').set('control', 'stat');
model.sol('sol1').create('s1', 'Stationary');
model.sol('sol1').feature('s1').create('fc1', 'FullyCoupled');
model.sol('sol1').feature('s1').feature('fc1').set('linsolver', 'dDef');
model.sol('sol1').feature('s1').feature.remove('fcDef');

```

```

model.sol('sol1').attach('std1');

model.result.create('pg1', 'PlotGroup2D');
model.result('pg1').set('data', 'dset1');
model.result('pg1').create('surf1', 'Surface');
model.result('pg1').feature('surf1').set('expr', 'P');

model.sol('sol1').runAll;

model.result('pg1').run;
model.result.numerical.create('int1', 'IntLine');
model.result.numerical('int1').set('intsurface', true);
model.result.numerical('int1').set('expr', {'Px'});
model.result.numerical('int1').set('descr', {'Gradient of P, x component'});
model.result.numerical('int1').set('unit', {'N/m^2'});
model.result.numerical('int1').selection.set([4]);
model.result.table.create('tbl1', 'Table');
model.result.table('tbl1').comments('Line Integration 1 (Px)');
model.result.numerical('int1').set('table', 'tbl1');
model.result.numerical('int1').setResult;
model.result.numerical('int1').selection.set([7]);
model.result.numerical('int1').set('table', 'tbl1');
model.result.numerical('int1').appendResult;

model.label('reel.mph');

I2=abs(mphint2(model,{'Px'},1,'Selection',7));
mdot47=I2*h^3*P5/(12*mu*R*T)*Nbori*2;
I3=mphint2(model,{'Px'},1,'Selection',4);
mdot45=I3*h^3*P5/(12*mu*R*T)*Nbori*2;
Itot=I2+I3;
mdot=Itot*h^3*P5/(12*mu*R*T);
mdotreel=mdot*Nbori*2;
I4=abs(mphint2(model,{'P'},2,'Selection',[1]));
forcereel=I4*Nbori*2;
end

```